ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 4 AOUT 1919.

PRÉSIDENCE DE M. Léon GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **William Wallace Campbell**, Correspondant de l'Académie, Chef de la délégation américaine à la Conférence interalliée des Académies à Bruxelles, qui assiste à la séance.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la formation du domaine fondamental d'un groupe automorphe.* Note [1] de M. **G. Humbert.**

1. Pour déterminer le domaine d'un groupe automorphe dont on connaît les substitutions, la méthode généralement utilisée est celle de la *symétrie* qui, d'ailleurs, ne mène pas toujours au résultat. Il semble qu'on ait regardé comme purement théorique la méthode dite du *rayonnement*, par laquelle on établit l'existence du domaine, et qu'on ait reculé devant la complication des formules : on peut pourtant rendre cette méthode aussi maniable que celle de la symétrie.

2. *Groupe à cercle principal.* — Soit Γ un groupe automorphe admettant une circonférence principale Σ, de rayon fini. Supposons (ce qu'on peut d'ailleurs réaliser en transformant Γ par une substitution automorphe) que le point ∞ ne soit point double d'aucune substitution de Γ et cherchons un domaine de Γ, *à l'extérieur de* Σ.

Pour appliquer la méthode du rayonnement, partons du point ∞, que nous désignerons aussi par c ; soit c' son transformé par une substitution

---

[1] Séance du 28 juillet 1919.

quelconque de Γ : la méthode consiste à considérer les circonférences σ', qui correspondent aux droites normales, en leurs milieux, aux segments cc', dans la Géométrie non euclidienne. Or, σ' est déterminée ainsi : 1° elle est orthogonale à Σ; 2° c et c' sont symétriques par rapport à elle.

Mais c étant à l'infini, c' sera, d'après 2°, le centre de σ', et dès lors σ' est la circonférence de centre c', orthogonale à Σ. Traduisons ceci analytiquement.

Soit

$$(1) \qquad z' = \frac{\lambda z + \mu}{\nu z + \rho}, \qquad (\lambda\rho - \mu\nu = +1)$$

une substitution quelconque de Γ; c' sera le point analytique $\lambda : \nu$, et le carré r^2, du rayon de σ', sera la puissance de ce point par rapport à Σ.

Or, soit $Azz_0 + B_0 z + B z_0 + C = 0$ l'équation de Σ, avec $z = \xi + i\eta$, $z_0 = \xi - i\eta$, et A, C réels, B et B_0 imaginaires conjuguées; on aura

$$r^2 = \frac{1}{A\nu\nu_0}\left[A\lambda\lambda_0 + B_0\lambda\nu_0 + B\lambda_0\nu + C\nu\nu_0\right],$$

λ_0, ν_0 étant les conjugués de λ, ν.

D'ailleurs, Σ se transformant en elle-même par (1), on en déduit facilement la relation

$$A\lambda\lambda_0 + B_0\lambda\nu_0 + B\lambda_0\nu + C\nu\nu_0 = \pm A; \qquad \text{d'où} \qquad r^2 = \pm \frac{1}{\nu\nu_0};$$

c'est évidemment $+$ qui convient puisque, c' étant à l'extérieur de Σ, r^2 est *a priori* positif; on a donc pour σ', que nous appellerons la circonférence (λ, ν), de centre $\frac{\lambda}{\nu}$ et de rayon $\frac{1}{\sqrt{\nu\nu_0}}$, l'équation

$$(2) \qquad (\nu z - \lambda)(\nu_0 z_0 - \lambda_0) - 1 = 0, \qquad (\lambda_0, \nu_0 \text{ conjugués de } \lambda, \nu).$$

Cela posé, pour obtenir un domaine de Γ, on cherchera à former une région extérieure à Σ, comprenant le point ∞, limitée par des arcs de circonférences (λ, ν) (et, peut-être, par des arcs de Σ) et dans laquelle ne *pénètre* aucune circonférence (λ, ν). *Analytiquement*, ce sera la région *extérieure à* Σ définie par les inégalités

$$(3) \qquad (\nu z - \lambda)(\nu_0 z_0 - \lambda_0) - 1 \geq 0, \qquad (z = \xi + i\eta;\ z_0 = \xi - i\eta),$$

où λ et ν prennent tous les systèmes de valeurs qui répondent aux substitutions (1) de Γ. Les mêmes inégalités définiraient, *à l'intérieur de* Σ, un domaine fondamental de Γ, symétrique du précédent par rapport à Γ.

Le procédé, on le voit, est, dans l'application, analogue à celui de la symétrie.

3. *Substitutions génératrices de* Γ. — Soient (λ_1, ν_1), (λ_2, ν_2), ... les circonférences (λ, ν) dont des arcs sont côtés du domaine D trouvé. Il est aisé de voir que la substitution (1), soit S_i, qui correspond aux valeurs λ_i, ν_i de λ, ν change D en un domaine *adjacent* à D le long d'un côté; S_i change donc un côté de D en un autre, de sorte que les S_i sont les substitutions génératrices de Γ; on obtient donc celles-ci sans calcul dès qu'on a formé le domaine.

Cela implique qu'il n'y a, dans Γ, qu'une substitution répondant à λ et ν donnés : or c'est une conséquence de l'hypothèse que ∞ n'est point double d'aucune substitution de Γ. De même, il n'y a pas, dans Γ, deux substitutions distinctes ayant même $\lambda : \nu$; en sorte que deux circonférences (λ, ν) ne sont jamais concentriques.

4. *Remarque I.* — Considérons la forme d'Hermite positive

$$(x - \theta y)(x_0 - \theta_0 y_0),$$

où x, y sont des indéterminées, et θ une constante donnée, et x_0, y_0, θ_0 leurs conjuguées respectives : il résulte de (3) que, si l'on donne à x, y les valeurs λ, ν, qui répondent aux substitutions de Γ, et *si le point affixe de* θ *est dans* D, le minimum de la forme sera au plus 1; la valeur 1 est d'ailleurs atteinte pour $\lambda = 1$, $\nu = 0$, valeurs qui répondent à la substitution unité.

On aurait pu présenter autrement la théorie en appelant *réduite* une forme du type ci-dessus pour laquelle le minimum est 1 (quand x, y prennent les valeurs λ, ν), et *domaine de réduction* la région du plan (à l'extérieur de Σ) où sont situés les points affixes des zéros des formes réduites : on aurait démontré ensuite que ce domaine de réduction est un domaine fondamental de Γ [1].

Remarque II. — Si ∞ est point double d'une substitution (*elliptique*, nécessairement) de Γ, le second point double est le centre O de Σ. On en déduit que la région D, trouvée à l'aide des circonférences (λ, ν), revient sur elle-même par une rotation de $\frac{2\pi}{h}$ autour de O ; alors un domaine de Γ

---

[1] Voir à ce sujet une Note des *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 697.

sera, non pas D, mais la partie de D comprise entre deux droites quelconques issues de O et faisant l'angle $\frac{2\pi}{h}$ (¹).

5. *Groupe sans cercle principal.* — Il faut chercher le domaine Γ dans le demi-espace (ξ, η, τ) de Poincaré.

Pour éviter une indétermination, ne partons pas cette fois du point ∞, mais d'un point quelconque, c, du demi-espace, de coordonnées x, y, h; posons $\omega = x + iy$.

Soit c' le transformé de c par l'opération qui répond à (1), dans l'extension du groupe Γ à l'espace; désignons par x', y', h' ses coordonnées, et posons $\omega' = x' + iy'$. Pour appliquer la méthode du rayonnement, il faut considérer la sphère, σ', qui a son centre dans le plan $\tau = 0$ et par rapport à laquelle c et c' sont symétriques. Or, en général, les sphères par rapport auxquelles c et c' sont symétriques sont celles d'un faisceau ayant pour équation

$$(4)\quad (z-\omega)(z_0-\omega_0)+(\tau-h)^2+k[(z-\omega')(z_0-\omega'_0)+(\tau-h')^2]=0.$$

Dans (4), on pose toujours $z = \xi + i\eta$; et, d'une manière générale, u_0 est l'imaginaire conjugué de u; les coordonnées courantes sont ξ, η, τ, et k désigne un paramètre arbitraire. Quant aux ω', ω'_0, h', ils satisfont, d'après Poincaré, aux relations :

$$\omega' = \frac{A}{D}; \qquad \omega'_0 = \frac{A_0}{D}; \qquad h' = \frac{h}{D}; \qquad \omega'\omega'_0 + h'^2 = \frac{C}{D},$$

étant posé :

$$A = \lambda\nu_0 h^2 + (\lambda\omega + \mu)(\nu_0\omega_0 + \rho_0);$$
$$C = \lambda\lambda_0 h^2 + (\lambda\omega + \mu)(\lambda_0\omega_0 + \mu_0); \qquad D = \nu\nu_0 h^2 + (\nu\omega + \rho)(\nu_0\omega_0 + \rho_0).$$

On déterminera k, dans (4), par la condition que la sphère (4) ait son centre dans le plan $\tau = 0$; désignant par $\mathfrak{N}u$ la *norme* de u, c'est-à-dire uu_0, on trouve ainsi, pour équation de la sphère σ' :

$$(5)\quad \begin{aligned} &h^2[\nu\nu_0\tau^2 + \mathfrak{N}(\nu z - \lambda) - 1] \\ &\quad + \tau^2\mathfrak{N}(\nu\omega + \rho) + \mathfrak{N}[z(\nu\omega + \rho) - (\lambda\omega + \mu)] - \tau^2 - \mathfrak{N}(z - \omega) = 0. \end{aligned}$$

On aurait un domaine de Γ en cherchant une région limitée par des portions de sphères (5); mais l'équation (5) est trop compliquée pour qu'on

---

(¹) Voir dans la même Note (nº 4) un exemple du cas particulier de la *Remarque II*; h est alors égal à 2.

puisse utilement l'employer ainsi; nous particulariserons en supposant, dans (5), que, ω demeurant fixe, h tend vers $+\infty$: alors c tendra vers le point ∞, *que nous supposerons n'être point double d'aucune substitution de* Γ, et, à la limite, les sphères σ' auront pour équation

$$(6) \qquad \nu\nu_0\tau^2 + \mathfrak{N}(\nu z - \lambda) - 1 = 0,$$

λ et ν parcourant tous les systèmes qui répondent aux substitutions (1) de Γ.

La sphère (6), que nous appellerons *la sphère* (λ, ν), a pour centre, dans le plan $\tau = 0$, le point analytique $\frac{\lambda}{\nu}$ et son rayon est $\frac{1}{\sqrt{\nu\nu_0}}$; elle est donc tout à fait analogue à la circonférence (λ, ν) du n° 2.

Dès lors, pour obtenir un domaine spatial de Γ, on cherchera encore à trouver une région, située au-dessus de $\tau = 0$, qui comprenne le point ∞, qui soit limitée par des portions de sphères (λ, ν), [et peut-être par des portions du plan $\tau = 0$] et dans laquelle ne *pénètre* aucune sphère (λ, ν) : cette région D sera un domaine de Γ.

Analytiquement, les intégrales qui définissent D, dans le demi-espace, sont

$$(7) \qquad \mathfrak{N}(\nu z - \lambda) + \nu\nu_0\tau^2 - 1 \geq 0.$$

Arithmétiquement, ces inégalités expriment que, pour une forme d'Hermite positive, $axx_0 + bx_0y + b_0xy_0 + cyy_0$, dont le *point représentatif* est dans D, le premier coefficient, a, est le *minimum* de la forme quand on donne, aux indéterminées x et y, les systèmes de valeurs λ, ν ci-dessus.

Remarque I. — Si ∞ est un point parabolique de Γ, laissé fixe par les substitutions qui sont les puissances de $z' = z + \alpha$, on ne gardera de D, pour avoir un domaine de Γ, que la portion comprise entre deux plans parallèles, distants de mod α, normaux au vecteur α du plan $\tau = 0$ et d'ailleurs quelconques. Si ∞ est laissé fixe par les puissances d'une autre substitution de Γ, $z' = z + \beta$, on introduira *encore* deux nouveaux plans analogues, β remplaçant α.

On reconnaît, dans ce dernier cas, la méthode que nous avons proposée (¹) pour obtenir le domaine du groupe *modulaire* dans un corps quadratique imaginaire. Elle se relie, par la remarque arithmétique qui précède, à la méthode qui a permis à M. Picard de construire le domaine de ce

---

(¹) *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 189 et 227.

groupe dans le corps $\sqrt{-1}$, en partant des conditions de réduction des formes positives d'Hermite.

Remarque II. — Les substitutions génératrices de Γ s'obtiennent de la manière indiquée au n° 3; on ajoutera, dans le cas parabolique, les substitutions $z' = z + \alpha$, $z' = z + \beta$.

6. *Groupe réel.* — Les λ, μ, ν, ρ étant tous réels, la circonférence principale devient l'axe réel. On trouvera le domaine de Γ par la méthode du n° 5; il suffira, pour avoir les circonférences σ' qui correspondent à un point ω du demi-plan, de faire, dans (5), h et τ nuls; on a ainsi l'équation

$$\mathfrak{N}[z(\nu\omega + \rho) - (\lambda\omega + \mu)] - \mathfrak{N}(z - \omega) = 0,$$

qui pourrait servir à construire un domaine de Γ, ayant pour *centre* le point ω.

Si ω s'éloigne à l'infini, cette équation devient :

(8) $$(\nu z - \lambda)(\nu z_0 - \lambda) - 1 = 0;$$

c'est encore celle d'une circonférence (λ, ν), de centre $\frac{\lambda}{\nu}$ et de rayon $\frac{1}{\sqrt{\nu^2}}$. On obtiendra, dès lors, un domaine fondamental D de Γ de la même manière qu'au n° 5, avec les circonférences (λ, ν), et les remarques I et II de ce numéro s'appliquent encore.

Les inégalités qui définissent D, dans le demi-plan supérieur, sont

$$(\nu z - \lambda)(\nu z_0 - \lambda) - 1 \geq 0, \qquad (z = \xi + i\eta).$$

Au point de vue arithmétique, elles expriment ce qui suit : soit une forme quadratique positive $ax^2 + 2bxy + cy^2$; si son point représentatif est dans D, le premier coefficient a est son minimum quand on donne à x et y les systèmes de valeurs λ, ν répondant aux substitutions de Γ.

Signalons, enfin, la *liaison de cette méthode avec celle de la symétrie.*

Supposons que, en adjoignant au groupe Γ la symétrie $z' = -z_0$, par rapport à l'axe imaginaire, les substitutions du groupe étendu soient, outre celles de Γ, les substitutions

(9) $$z' = \frac{-\lambda z_0 + \mu}{-\nu z_0 + \rho},$$

ainsi qu'on l'admet dans l'application de la méthode de symétrie.

Si l'on fait $z' = z$ dans (9), on obtient une *circonférence de symétrie* du

groupe étendu, pourvu que cette circonférence soit réelle. Or, la réalité exige $\rho = \lambda$; de $\lambda\rho - \mu\nu = 1$, on déduit alors $\mu\nu = \lambda^2 - 1$, en sorte que la circonférence considérée est donnée par

$$\nu^2 z z_0 - \lambda\nu z_0 - \lambda\nu z + \lambda^2 - 1 = 0,$$

ce qui est l'équation (8) de la circonférence (λ, ν).

Les circonférences de symétrie, avec lesquelles on cherche à limiter un domaine fondamental du groupe Γ *étendu*, sont donc des circonférences (λ, ν), mais *particulières* (à cause de $\rho = \lambda$). Une observation analogue s'appliquerait dans le demi-espace.

Remarque. — La théorie précédente suppose essentiellement que le point ∞ n'est pas point double d'une substitution *hyperbolique* (ou loxodromique) de Γ. En ce cas, d'ailleurs, la méthode deviendrait illusoire, parce qu'il y aurait une infinité de circonférences (λ, ν), de rayons indéfiniment croissants, ayant pour centre un même point $\frac{\lambda}{\nu}$.

ENTOMOLOGIE. — *Le cycle évolutif du Puceron lanigère du Pommier* (Eriosoma lanigera *Haussmann*). Note de M. **Paul Marchal.**

Les travaux d'Edith Patch (1912) et de Baker (1915) ont établi qu'en Amérique, son pays d'origine, le Puceron lanigère présente des migrations annuelles régulières ayant lieu entre deux plantes différentes. Sur le Pommier (ainsi que sur certaines espèces de *Cratægus* et le *Sorbus americana*), on voit se succéder, pendant le cours de l'année, d'abord des générations parthénogénétiques aptères, puis, en automne, des ailés sexupares qui émigrent sur l'Orme américain (*Ulmus americana*) pour y produire des sexués. Les femelles déposent leurs œufs fécondés destinés à passer l'hiver dans les fissures des écorces de l'Orme, et au printemps naissent des fondatrices qui gagnent les bourgeons de cet arbre pour déterminer des déformations en rosettes par recroquevillement des pousses et des feuilles; ces fondatrices donnent naissance elles-mêmes à des ailés qui, nés sur l'Orme, opèrent à la fin du printemps la migration inverse de celle des ailés d'automne et vont déposer leurs jeunes sur les Pommiers, les *Cratægus* ou les Sorbiers. Il résulte de ce qui précède que l'Orme américain hébergeant la génération sexuée du Puceron lanigère peut être considéré comme l'hôte définitif de cet Insecte, le Pommier et quelques autres arbres du même groupe jouant le rôle d'hôtes intermédiaires.

Cette donnée cadre, du reste, avec ce que nous savons des autres espèces du genre *Eriosoma* (*Schizoneura*) qui, d'une façon générale, présentent sur l'Orme une génération sexuée et une fondatrice gallicole, tandis que l'autre partie de leur cycle évolutif, formée de générations parthénogénétiques, se poursuit sur un autre végétal (Groseillier pour l'*Eriosoma ulmi*, racines du Poirier pour l'*Eriosoma lanuginosa*).

Le Puceron lanigère ayant été importé en Europe depuis plus d'un siècle et s'y étant acclimaté au point de devenir l'un des plus redoutables ennemis du Pommier, il était intéressant de rechercher si cet Insecte présente, dans sa nouvelle patrie, des migrations comparables à celles qui ont été décrites en Amérique.

Depuis 1913, j'ai fait une série d'observations et d'expériences pour élucider cette question :

Dans les établissements horticoles de Châtenay, près de Paris, il existe des *Ulmus americana* de tailles diverses plantés dans le voisinage de Pommiers atteints par le Puceron lanigère; or jamais je n'ai rencontré sur ces Ormes américains de déformations en rosette pouvant être attribuées aux fondatrices de ce Puceron et je n'ai jamais constaté de migrations du même Insecte sur les Ormes américains, pas plus d'ailleurs que sur nos Ormes indigènes.

J'ai également fait planter 3 *Ulmus americana* de 6 à 7 ans le long d'un espalier de Pommiers très fortement envahis par le Puceron lanigère et, même en recouvrant le tout d'un grand voile de mousseline, forçant les ailés sexupares à stationner par milliers sur les Ormes, je n'ai pu obtenir de contamination. Enfin, en 1916, mes expériences, faites avec le concours de Mme Vuillet, préparateur à la Station entomologique de Paris, ont porté sur plus de 10000 ailés sexupares qui, emprisonnés dans des cages spécialement disposées, m'ont permis d'obtenir de nombreux sexués et des œufs d'hiver d'où sortirent, au printemps de 1917, un grand nombre de fondatrices. Deux cent vingt-deux de ces dernières placées au mois de mars, au fur et à mesure de leur éclosion, sur des *Ulmus americana*, dans des conditions de végétation et d'humidité diverses, moururent au premier stade sans se nourrir, ou en ne faisant que de courtes tentatives pour piquer les bourgeons. D'autre part, 171 fondatrices placées sur de jeunes Pommiers dans des conditions diverses ([1]) n'ont pu évoluer davantage, tandis qu'il

---

([1]) 75 ont été placées, sur des Pommiers déjà contaminés, sur les plaies chancreuses de l'arbre; les autres ont été mises en rapport avec des Pommiers de semis.

était facile de contaminer ces mêmes plantes au moyen de jeunes larves au premier stade, provenant des générations parthénogénétiques. Il est à noter d'ailleurs que la fondatrice présente, dès le premier stade, une structure morphologique qui la différencie nettement des autres générations, et ce seul fait indique qu'elle ne doit pas avoir le même mode d'existence.

Il résulte de ces observations et de ces expériences que le cycle évolutif du Puceron lanigère offre en France des caractères très différents de ceux qu'il présente en Amérique d'après les auteurs américains. La génération sexuée semble ne jamais aboutir dans notre pays et l'espèce se perpétuant pendant l'hiver sur le Pommier au moyen des hivernants se maintient sur cet arbre par parthénogénèse indéfinie.

Le phénomène qui s'est produit à la suite de l'importation du Puceron lanigère en Europe (importation remontant à plus d'un siècle) me paraît interprétable de la façon suivante : l'absence ou la très grande rareté de l'*Ulmus americana* en Europe a empêché la migration régulière, qui avait lieu en Amérique entre cet arbre et le Pommier, de s'établir. L'espèce n'a pu alors se maintenir que par les lignées parthénogénétiques se succédant d'une année à l'autre sur Pommier (lignées qui existent d'ailleurs en Amérique et évoluent conjointement à celles effectuant les migrations). Bien que la voie se soit ainsi trouvée barrée pour la reproduction sexuée, les ailés sexupares n'en ont pas moins continué à apparaître en grand nombre ([1]); mais n'émigrant plus sur l'Orme américain, ils ont produit les sexués au hasard de leur dissémination, notamment sur les Pommiers du voisinage, peut-être sur les Ormes indigènes, ou comme ils le font en captivité sur des supports quelconques; les œufs fécondés issus de ces sexués ont donné après l'hiver des fondatrices, mais ces fondatrices, nées sur des supports impropres à leur développement, sont mortes après leur éclosion. Les mêmes faits se répétant chaque année, il en est résulté qu'actuellement une lignée de fondatrices procréée par des sexués se trouve séparée d'une lignée de fondatrices ayant vécu et évolué sur l'Orme américain par un très grand nombre de générations ([2]). Il est alors rationnel d'admettre que, comme conséquence de cette longue interruption du régime ulmivore, il se soit

---

([1]) Tout au moins sous notre climat de France et surtout en exposition sur les espaliers. En Hollande, ils feraient défaut (Van der Goot, 1915).

([2]) 1200 générations, par exemple, en supposant que le Puceron lanigère soit introduit depuis 120 ans et en admettant que le cycle de ce Puceron comporte en moyenne dix générations annuelles.

produit dans le plasma de l'espèce, et par suite dans celui des fondatrices, une modification entraînant pour ces dernières l'incapacité de vivre sur l'Orme alors même que des Ormes américains sont mis à leur disposition.

Un fait méritant d'attirer l'attention, c'est qu'il existe sur nos Ormes indigènes un Schizoneurien voisin du Puceron lanigère et qui détermine sur les pousses la formation de rosettes de feuilles recroquevillées tout à fait comparables à celles que les Américains signalent pour les générations du Puceron lanigère qui vivent sur l'Orme. Mais ce Schizoneurien constitue une espèce morphologiquement distincte de l'*Eriosoma lanigera* et ayant un cycle indépendant de ce dernier. Je le désignerai sous le nom d'*Eriosoma ulmosedens* (¹).

Cette espèce vit en colonies au printemps et au commencement de l'été sur les pousses de l'*Ulmus campestris*, en particulier sur les rejets qui se développent souvent à la base des arbres. Jamais je ne l'ai rencontrée sur les *Ulmus americana* qui croissent spontanément dans les parcs ou les pépinières. Tout en crispant et recroquevillant les feuilles qui restent rapprochées en rosettes, elle ne produit pas d'épaississement du parenchyme ni de décolorations comparables à celles qu'on observe pour les enroulements marginaux causés par une autre espèce indigène bien connue et vivant aussi sur l'Orme, l'*Eriosoma ulmi*. Le cycle évolutif de l'*Eriosoma ulmose-*

(¹) *Eriosoma ulmosedens*, nov. sp. — Ailé gallicole. Long. 2^{mm}, larg. 1^{mm}. Antenne de 6 articles, leur longueur relative étant représentée en moyenne par la formule (1 — 1 — 8,4 — 2,1 — 2,7 — 2), la longueur du premier article étant ramenée à l'unité. Rinaria secondaires (linéaires) généralement au nombre de 25 sur le troisième article, de 3 à 4 sur le quatrième, de 4 à 5 sur le cinquième, absents sur le sixième. A l'extrémité distale du cinquième article, 1 rinarium primaire allongé transversalement et cerné d'une frange de cils inégale, extérieure au rebord saillant de la membrane. A la base du processus terminal du sixième article, un rinarium primaire plus large mais constitué d'une façon similaire; en dessous de ce rinarium, une aire ciliée en lignes concentriques avec 2 ou 3 rinaria accessoires ciliés, indistinctement limités. Processus terminal digitiforme, allongé et cylindrique au lieu d'être court trapu et conique comme chez *Eriosoma lanigera*. Poils des antennes beaucoup plus longs et nombreux que chez cette dernière espèce. Sur le sixième article, 9 grandes soies en plus des 4 fortes soies spinuleuses qui sont à l'extrémité du processus terminal. Pas de glandes ciripares apparentes. — Aptères gallicoles. Long. $2^{mm},2$, larg. $1^{mm},4$; de teinte variant du vert au jaune et au rouge avec revêtement cotonneux peu abondant. Antenne portant sur le cinquième et le sixième article, un rinarium primaire elliptique ou réniforme transversal analogue à celui des ailés mais plus régulièrement frangé; un groupe de 3 ou 4 rinaria accessoires nettement limités au-dessous du précédent. Glandes ciripares indistinctes.

dens présente ce fait très remarquable que, pour revenir à la génération sexuée, en partant de l'œuf fécondé et en passant par la série annuelle des générations parthénogénétiques, il n'y a pas de migration nécessaire de l'Orme sur une autre plante. Les ailés apparaissent en effet dans les pousses déformées de l'Orme au cours de l'été et la descendance de ces ailés est mixte, à la fois composée d'asexués et de sexués, certains individus pouvant même procréer à la fois des asexués et des sexués, comme c'est d'ailleurs le cas pour le Puceron lanigère.

Etant donnés les rapports morphologiques et biologiques très étroits qui existent entre cette espèce de l'Orme indigène et le Puceron lanigère, il est permis de les considérer comme deux formes vicariantes l'une de l'autre, l'espèce européenne de l'Orme (*Eriosoma ulmosedens*) représentant un stade d'évolution primitif sans migrations nécessaires et poursuivant son cycle d'une façon ininterrompue sur l'Orme, tandis que l'espèce américaine (*Eriosoma lanigera*) présente au contraire dans son pays d'origine des migrations régulières entre l'Orme et le Pommier.

Transporté en Europe cet *Eriosoma lanigera* y a constitué une race biologique spéciale, notre Puceron lanigère, dont le cycle représente l'antithèse du cycle offert par l'*Eriosoma ulmosedens* : le cycle du Puceron lanigère européen se poursuit en effet exclusivement sur l'hôte intermédiaire (Pommier), la génération sexuée s'étant maintenue, mais étant devenue inopérante, tandis que le cycle de l'*Eriosoma ulmosedens* se poursuit exclusivement sur l'hôte définif (Orme indigène).

Il est intéressant, d'autre part, de faire remarquer que le cas présenté par le Puceron lanigère est de même ordre que celui offert par le Phylloxéra de la Vigne dont le cycle est différent en Amérique et en Europe; il convient toutefois d'observer que si le Phylloxéra a pris l'habitude de se multiplier par parthénogénèse indéfinie sur la Vigne européenne, il a du moins conservé la faculté de donner une lignée sexuée opérante et normalement féconde lorsqu'il se trouve en présence de la Vigne américaine. Cette différence peut s'expliquer d'ailleurs parce que le cycle évolutif complet du Phylloxéra ne nécessite qu'un seul genre végétal (Vigne), tandis que le cycle évolutif complet du Puceron lanigère nécessite deux végétaux de genres différents (Orme et Pommier).

Je signalerai enfin les rapports qui existent entre les phénomènes qui viennent d'être décrits et ceux sur lesquels j'ai attiré antérieurement l'attention chez les Chermes. Le cas présenté par le Puceron lanigère représente la première étape du phénomène de l'oblitération de la reproduction sexuée

qui se manifeste à un degré plus avancé chez les Chermes. Chez le Puceron lanigère nous constatons en effet d'une part la conservation des trois formes (sexupare, sexuée, fondatrice) destinées à vivre sur l'hôte définitif et d'autre part le défaut d'aboutissement de toute cette lignée par suite de l'absence de l'hôte définitif, cette absence entraînant pour la fondatrice l'impossibilité, puis ensuite l'incapacité de se développer. Chez la race indigène du *Chermes pini* les sexupares et les femelles sont conservées; mais les femelles non fécondées par les mâles (spanandrie) n'engendrent pas de fondatrices.

Enfin chez le *Chermes piceæ* les sexués sont complètement supprimés et l'oblitération de la reproduction sexuée est entièrement réalisée.

THERMODYNAMIQUE. — *Sur la densité de la vapeur saturée de l'acétate de propyle et sur la densité du liquide qui émet cette vapeur.* Note [1] de M. E. Ariès.

La densité d'une vapeur saturée et la densité du liquide qui émet cette vapeur, ou, ce qui revient au même, les volumes moléculaires v_1 et v_2 du fluide dans ses deux états de saturation, sont donnés, pour chaque température, par les formules suivantes [2] :

$$(1) \qquad v_1 = \frac{RT_c}{8P_c}\frac{x}{\tau^{n+1}}(a + y_1) = \frac{RT_c}{8P_c}\Gamma(a + y_1),$$

$$(2) \qquad v_2 = \frac{RT_c}{8P_c}\frac{x}{\tau^{n+1}}(a + y_2) = \frac{RT_c}{8P_c}\Gamma(a + y_2).$$

La fonction a, nécessaire à l'application et à la vérification de ces formules, nous est encore inconnue. Nous nous proposons aujourd'hui de la déterminer, pour l'acétate de propyle, par un procédé en tout semblable à celui qui nous a servi, dans notre dernière Note [3], à déterminer la fonction Γ pour le même corps.

On peut utiliser, à cet effet, l'une ou l'autre des formules ci-dessus; mais la fonction a conservant toujours une valeur très petite, inférieure à l'unité comme v_2, tandis que v_1 grandit considérablement aux basses tempéra-

(1) Séance du 28 juillet 1919.

(2) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 714.

(3) *Ibid.*, p. 1188.

tures, il sera préférable de rechercher une expression de cette fonction capable de donner, par la formule (2), une représentation aussi exacte que possible du volume v_2. On en déduira toujours, par la formule (1), des valeurs sans doute moins exactes, mais encore très acceptables du volume v_1, parce que la différence $v_1 - v_2$, qui ne dépend plus de la fonction a, mais seulement de l'exposant n, a été déjà reconnue comme s'accordant d'une façon satisfaisante avec les faits observés, grâce à la valeur choisie pour cet exposant.

Il y avait lieu d'arrêter tout d'abord la forme la plus convenable à donner à la fonction a. Les essais que nous avous dû faire dans ce but nous ont conduit à adopter la forme suivante, qui rappelle si bien celle de la fonction Γ elle-même :

$$(3) \qquad a = a_c + \frac{1-\tau}{A + B\tau + C\tau^2},$$

a_c étant la valeur que prend la fonction au point critique ($\tau = 1$). On l'obtient aisément, par l'une ou l'autre des formules (1) et (2), quand on connaît le volume moléculaire critique v_c. Ces formules donnent, en effet, à la température critique ($x = \Gamma = \tau = 1$, $y_1 = y_2 = 2$),

$$v_c = \frac{RT_c}{8P_c}(a_c + 2), \qquad \text{soit} \qquad a_c = \frac{8P_c v_c}{RT_c} - 2.$$

D'après M. S. Young, pour l'acétate de propyle, v_c est égal à

$$0,34523\,(0,003382 \times 102,08);$$

on en déduit

$$a_c = 0,056847.$$

Il reste à trouver les valeurs numériques des trois coefficients A, B, C.

On tire de l'équation (3), en désignant par Θ le trinome du second degré qui y figure,

$$(4) \qquad A + B\tau + C\tau^2 = \Theta = \frac{1-\tau}{a - a_c}.$$

La connaissance, à une température donnée, du volume moléculaire v_2 ainsi que de la tension de vaporisation fixe la valeur de tous les éléments de calcul qui rentrent dans la formule (2), sauf la valeur de la fonction a, qui se trouvera ainsi déterminée, et permettra d'obtenir la valeur du trinome Θ par la relation (4).

Considérons trois de ces températures τ_1, τ_2, τ_3, également espacées, et appelons Θ_1, Θ_2, Θ_3 les valeurs connues que prend le trinome Θ respective-

ment à ces trois températures, les constantes A, B, C seront données par les trois mêmes équations (6) de notre dernière Note, qui ont déjà servi à calculer les constantes de la fonction Γ.

En adoptant, pour le calcul des nouvelles constantes de la fonction a, les données expérimentales de M. S. Young aux températures centigrades de 110°, 180° et 250°, on trouve

$$A = 3{,}6511, \qquad B = -5{,}4612, \qquad C = 1{,}8881.$$

La fonction a se trouve ainsi complètement déterminée pour l'acétate de propyle. On peut en déduire, par les formules (1) et (2), les volumes moléculaires v_1 et v_2, occupés par ce corps à toute température. Les résultats de ce calcul sont consignés ci-dessous pour toute l'étendue des températures étudiées par M. S. Young.

Acétate de propyle.

$T_c = 549{,}3$; $P_c = 2522^c{,}7$; $v_c = 0{,}34523$; $\mu = 102{,}08$; $n = 1{,}22$; $R = 0{,}0821$.

Température centigrade.	Volume moléculaire du fluide saturé (en litres). État de vapeur (v_1). Vol. calc.	Vol. obs.	Δ.	État liquide (v_2). Vol. calc.	Vol. obs.	Δ.
90°	41,4484	41,5466	−0,0982	0,12700	0,12635	+0,00065
100	30,5479	30,6750	−0,1271	0,12863	0,12828	+0,00035
110	23,0096	23,1722	−0,1636	0,13036	0,13037	+0,00001
120	17,6259	17,7211	−0,0952	0,13232	0,13254	−0,00022
140	10,6909	10,7490	−0,0581	0,13710	0,13730	−0,00020
160	6,79727	6,85467	−0,0574	0,14279	0,14278	+0,00001
180	4,48845	4,50173	−0,01328	0,14934	0,14934	0
200	3,02174	3,01136	+0,01038	0,15751	0,15735	+0,00016
220	2,05389	2,05590	−0,00201	0,16579	0,16771	−0,00192
240	1,36556	1,34744	+0,01812	0,18292	0,18275	+0,00017
250	1,09436	1,08715	+0,00721	0,19302	0,19299	+0,00003
260	0,84464	0,84726	−0,00262	0,20803	0,20799	+0,00004
270	0,59767	0,61452	−0,01685	0,23662	0,23560	+0,00102
276,2 (crit.)	0,34523	0,34523	0	0,34523	0,34523	0

Les valeurs obtenues pour le volume moléculaire du corps à l'état liquide s'accordent d'une façon remarquable avec les valeurs observées. Pour le volume moléculaire du corps à l'état de vapeur saturée, l'accord est, en général, encore très satisfaisant, sauf pour la température de 240° et surtout pour la température de 270°, très voisine de la température critique.

Comme vérification des calculs, on remarquera que les différences $v_1 - v_2$

sont, comme cela devait être, exactement les mêmes que celles que nous avons déjà données dans une récente Communication (*Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 932).

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Ed. Delorme. *Les enseignements chirurgicaux de la grande guerre* (*Front occidental*). (Présenté par M. A. Laveran.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'intégration riemanienne.* Note de M. **Arnaud Denjoy.**

Nous voudrions montrer comment la méthode de Riemann, secondée par la notion de mesure, conduit à des définitions de l'intégrale équivalentes à celle de M. Lebesgue ou même plus générales.

A. Soient α et β deux nombres positifs dont la somme est inférieure à 1. Soit f une fonction définie sur un segment ab.

Relativement au couple (α, β), appelons *maximum d'épaisseur* de f sur ab le plus grand nombre M tel que l'ensemble $f \geqq M$ ait sur ab une épaisseur moyenne au moins égale à α, et *minimum d'épaisseur* de f sur ab le plus petit nombre m tel que l'ensemble $f \leqq m$ ait sur ab une épaisseur moyenne au moins égale à β (l'épaisseur moyenne d'un ensemble E sur ab est le quotient par $b - a$ de la mesure de E entre a et b). M et m existent et sont finis, si f est fini en tout point, et l'on a $m \leqq M$.

Cela posé, considérons une subdivision quelconque de ab; soient $a, x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}, b$. Formons les sommes supérieure et inférieure analogues à celles de Riemann, $\Sigma M_i(x_i - x_{i-1})$, $\Sigma m_i(x_i - x_{i-1})$, où M_i et m_i désignent les *maximums* et *minimums* d'épaisseur de f sur l'intervalle $x_{i-1}\, x_i$, relativement à un couple (α, β) indépendant de i et de la subdivision considérée.

Convenons de dire que *f est intégrable au sens* (A), *si les sommes supérieure et inférieure ainsi précisées et relatives à une subdivision variable tendent vers une même limite* I_1 (indépendante du couple α, β) *quand le pas* (maximum de $x_i - x_{i-1}$) *de cette subdivision tend vers zéro.* Cette limite I_1

sera, par définition, l'*intégrale au sens* (A) de $f\,dz$ sur ab. Nous avons démontré le théorème suivant :

Toute fonction f sommable (au sens de M. Lebesgue) *est intégrable au sens* (A). *L'intégrale* I_1 *au sens* (A) *et la somme besgienne* I *de* $f\,dx$ *coïncident dans ce cas.*

Nous croyons à l'exactitude de la réciproque. Mais nous avons seulement pu établir que, *si f est intégrable au sens* (A) *sur ab, son intégrale* (A) *entre a et x* ($a < x < b$) *existe, est continue en x et admet f pour dérivée sur une pleine épaisseur de ab* (ou sauf éventuellement en un ensemble de mesure nulle).

L'extension (A) de l'intégrale de Riemann est aussi générale que celle de M. Lebesgue. Nous ne pensons pas qu'elle le soit davantage.

B. Soit F la fonction possédant la période $b - a$ et coïncidant avec f dans le champ $a \leqq x < b$. Soit

$$a, \quad \xi_1, \quad x_1, \quad \xi_2, \quad \ldots, \quad x_{i-1}, \quad \xi_i, \quad x_i, \quad \ldots, \quad \xi_n, \quad b,$$

avec

$$x_{i-1} \leqq \xi_i \leqq x_i, \qquad x_{i-1} < x_i \qquad (x_0 = a, \; x_n = b),$$

une subdivision de ab.

Posons $y_i = x_i + t$, $\eta_i = \xi_i + t$, et formons la somme

$$\Phi(t) = \Sigma(y_i - y_{i-1})\,F(\eta_i).$$

Nous dirons que *f est intégrable au sens* (B) et que *l'intégrale de $f\,dx$ au sens* (B) *a pour valeur* I_2, *si, lorsque le pas* ω *de la subdivision* x_i *tend vers zéro, la mesure de l'ensemble des t vérifiant les relations* $|I_2 - \varphi(t)| > \alpha$, $0 < t < b - a$, *tend vers zéro, quel que soit le nombre positif*, α *indépendant de* ω. On démontre que :

Toute fonction f sommable est intégrable au sens (B), *avec égalité de l'intégrale* (B) *et de la somme besgienne de* $f\,dx$.

La réciproque n'est pas exacte. La fonction égale à $\frac{1}{x\,L|x|}$ pour $0 < x^2 \leqq 1$, et nulle à l'origine n'est pas sommable. Elle est cependant intégrable au sens (B) dans le champ $(-1, +1)$ et l'intégrale (B) de $\frac{dx}{x\,L|x|}$ vaut zéro.

La somme de la série trigonométrique la plus générale n'est pas intégrable au sens (B), même si l'on se borne aux subdivisions $x_i = \xi_i = \frac{2i\pi}{n}$.

Plus généralement, on peut prendre pour y_i, η_i des fonctions de t à

nombres dérivés bornés (indépendamment de i et de la subdivision considérée), avec $y_0 = a + t$, $y_n = b + t$. Dans le champ $0 < t < b - a$, soit ω la plus grande des n fonctions continues $|y_i - y_{i-1}|$. Alors, si f est sommable, la mesure de l'ensemble $|I - \varphi(t)| > \alpha$ tend vers zéro avec ω.

C. Considérons une suite non bornée :

$$0, \quad \omega_1, \quad u_1, \quad \omega_2, \quad \ldots, \quad u_{n-1}, \quad \omega_n, \quad u_n, \quad \ldots,$$

avec

$$u_{n-1} \leqq \omega_n \leqq u_n, \qquad 0 < u_n - u_{n-1} < 1.$$

Posons $y_i = a + u_i t$, $\eta_i = a + \omega_i t$, et soit n l'entier défini par les conditions $y_n \leqq b < y_{n+1}$. La somme $\sum_1^n (y_i - y_{i-1}) f(\eta_i)$ est une fonction $\psi(t)$ définie quel que soit t positif. Alors :

Si f est sommable et si I *est la somme besgienne de $f\,dx$ entre a et b, la fonction $\psi(t)$ est approximativement continue à l'origine* (du côté droit) *moyennant* $\psi(0) = I$.

En d'autres termes, $\psi(t)$ tend vers I quand t tend vers zéro par valeurs positives en se déplaçant indifféremment sur un ensemble dont l'épaisseur droite à l'origine existe et est égale à 1.

Quel que soit f, *si $\psi(t)$ est approximativement continue* (à droite) *pour* $t = 0$ *moyennant* $\psi(0) = I_3$, I_3 étant indépendant du choix des ω_i, u_i, on dira que *f est intégrable au sens* (C) et que l'intégrale définie (C) de $f\,dx$ entre a et b vaut I_3.

Il est probable que l'intégration (C) est, comme la seconde, plus générale que celle de M. Lebesgue.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les polynomes d'Euler.* Note [1] de M. N.-E. **Nörlund**, transmise par M. Appell.

1. Dans une Note que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie le 21 juillet 1919, j'ai considéré des polynomes d'Euler $E_\nu^{(n)}(x \mid \omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n)$ qui dépendent d'un nombre quelconque de paramètres $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n$. De ce qui a été dit relativement à ces polynomes on conclut sans peine qu'ils

---

[1]) Séance du 28 juillet 1919.

satisfont à la relation

$$E_\nu^{(n)}(\omega_1+\omega_2+\ldots+\omega_n-x)=(-1)^\nu E_\nu^{(n)}(x).$$

Il en résulte que le polynome $E_\nu^{(n)}(x)$ admet le zéro $x=\frac{1}{2}(\omega_1+\omega_2+\ldots+\omega_n)$, si ν est impair. Soient $p_1, p_2, \ldots, p_n$ des entiers positifs, impairs quelconques. On démontre que

$$\sum_{s_1=0}^{p_1-1}\cdots\sum_{s_n=0}^{p_n-1}(-1)^{s_1+\ldots+s_n}E_\nu^{(n)}\left(x+\frac{s_1\omega_1}{p_1}+\ldots+\frac{s_n\omega_n}{p_n}\,\middle|\,\omega_1,\ldots,\omega_n\right)=E_\nu^{(n)}\left(x\,\middle|\,\frac{\omega_1}{p_1},\ldots,\frac{\omega_n}{p_n}\right).$$

Cette relation est très utile pour l'étude des propriétés des polynomes. Si en particulier $p_1=p_2=\ldots=p_n=p$, elle se réduit à

$$\sum_{s_1=0}^{p_1-1}\cdots\sum_{s_n=0}^{p_n-1}(-1)^{s_1+\ldots+s_n}E_\nu^{(n)}\left(\frac{x+s_1\omega_1+\ldots+s_n\omega_n}{p}\,\middle|\,\omega_1,\omega_2,\ldots,\omega_n\right)$$
$$=p^{-\nu}E_\nu^{(n)}(x\,|\,\omega_1,\omega_2,\ldots,\omega_n).$$

2. Jusqu'ici nous avons considéré essentiellement l'ordre n comme un entier positif. Mais il y a avantage à introduire des polynomes d'ordre négatif en les définissant comme il suit :

$$E_\nu^{(-n)}(x\,|\,\omega_1,\omega_2,\ldots,\omega_n)=\nabla^n_{\omega_1\ldots\omega_n}x^\nu.$$

Tout ce qui a été dit des polynomes d'ordre positif reste vrai encore pour les polynomes d'ordre négatif. En particulier la relation

$$E_\nu^{(n+p)}(x+y)=\sum_{s=0}^{s=\nu}\binom{\nu}{s}E_{\nu-s}^{(n)}(x)\,E_s^{(p)}(y)$$

subsiste, que n et p soient des entiers positifs ou négatifs. Posons $p=-n$ et $y=0$, il vient

$$x^\nu=\sum_{s=0}^{s=\nu}\binom{\nu}{s}2^{-s}C_s^{(-n)}E_{\nu-s}^{(n)}(x).$$

Cette relation de récurrence est très commode quand il s'agit de calculer les polynomes d'Euler. Elle permet de déterminer les polynomes d'ordre n sans passer par l'intermédiaire des polynomes d'ordre inférieur à n. Elle peut d'ailleurs s'écrire comme il suit :

$$\sum_{s=0}^{s=\nu}\frac{C_s^{(-n)}}{2^s s!}\frac{d^sE_\nu^{(n)}(x)}{dx^s}=x^\nu.$$

Le polynome d'Euler d'un ordre quelconque est donc la solution rationnelle d'une équation différentielle linéaire à coefficients constants. Si $n = 1$, cette équation se réduit à

$$\sum_{s=1}^{s=\nu} \frac{1}{s!} \frac{d^s E_\nu(x)}{dx^s} + E_\nu(x) = 2x^\nu.$$

3. Arrêtons-nous un moment au cas particulier où tous les paramètres ω_1, ω_2, ... sont égaux à 1. En ce cas on démontre que les polynomes d'Euler satisfont à la relation

$$(1) \qquad E_\nu^{(n+1)}(x) = \frac{2}{n} E_{\nu+1}^{(n)}(x) - \frac{2}{n}(x-n) E_\nu^{(n)}(x).$$

Il en résulte que le polynome d'ordre n s'exprime linéairement par n polynomes d'ordre *un*. On a en effet

$$E_\nu^{(n+1)}(x) = \frac{2^n}{n!} \sum_{s=0}^{s=n} \frac{(-1)^{n-s}}{s!} E_{\nu+s}(x) D_x^s (x-1)(x-2)\ldots(x-n).$$

Posons $x = 0$ dans l'équation (1). Il vient

$$(2) \qquad C_\nu^{(n+1)} = 2 C_\nu^{(n)} + \frac{1}{n} C_{\nu+1}^{(n)}.$$

On a en outre $C_0^{(n)} = 1$ quel que soit n. A l'aide de cette relation on détermine les $C_\nu^{(n)}$ et l'on voit qu'ils sont des polynomes en n du degré ν. Mais on peut ici faire une nouvelle extension, qui n'avait pas de sens dans le cas général. On a considéré jusqu'ici l'ordre n comme un entier d'abord positif et puis positif ou négatif. Mais en déterminant les $C_\nu^{(n)}$ par la relation (2) on n'a plus besoin de s'imposer cette restriction. On peut considérer n comme une variable continue, réelle ou complexe. On peut enfin faire la même remarque relativement aux $E_\nu^{(n)}$. On arrive ainsi à deux classes nouvelles de polynomes qui à leur tour jouent un rôle important dans plusieurs problèmes.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les singularités irrégulières des équations différentielles linéaires*. Note de M. René Garnier.

Dans mes Notes antérieures [1], j'ai montré qu'on peut engendrer les singularités irrégulières d'une équation différentielle linéaire par la fusion de

[1] *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 142 et 452.

points singuliers réguliers infiniment voisins; et que, partant de là, on peut calculer, au moyen de l'équation irrégulière, les limites des invariants du groupe de monodromie de l'équation régulière. Je voudrais compléter les résultats précédents et en donner de nouvelles applications.

1. Soit

$$(\bar{\mathrm{E}}) \qquad y^{(m)} + \mathrm{A}_1 y^{(m-1)} + \ldots + \mathrm{A}_j y^{(m-j)} + \ldots + \mathrm{A}_m y = 0$$

l'équation irrégulière, les quotients $\mathrm{A}_j : a_j x^{j(n-1)}$ étant holomorphes pour $|x| > r_0$ et tendant vers 1 pour $x = \infty$. Afin d'établir nos résultats antérieurs, nous avons dû supposer essentiellement que l'équation

$$(1) \qquad s^m + a_1 s^{m-1} + \ldots + a_j s^{m-j} + \ldots + a_m = 0$$

possède m racines distinctes; abordons le cas où cette hypothèse n'est plus réalisée. La méthode des approximations successives montre alors que $(\bar{\mathrm{E}})$ possède des intégrales *d'ordre fractionnaire* (pour $x = \infty$); nous allons voir que *ces intégrales sont encore des limites d'intégrales régulières d'une équation* (E) *dépendant d'un paramètre variable* ε, *et tendant vers* $(\bar{\mathrm{E}})$ *pour* ε *infiniment petit.* Pour cela, il nous sera loisible de nous limiter aux équations d'ordre différentiel minimum, possédant des intégrales de l'ordre fractionnaire donné, $n - \frac{l}{m}$ par exemple (l étant inférieur premier à m); dans ce cas, A_m admettra $x = \infty$ comme pôle d'ordre $m(n-1) - l$, tandis que, pour les autres A_j, $x = \infty$ sera pôle d'ordre $\leq j(n-1) - \frac{jl}{m}$. Procédant alors comme antérieurement, nous adjoindrons à $(\bar{\mathrm{E}})$ l'équation

$$(\mathrm{E}') \qquad (1 - \varepsilon^n x^n)^m y^{(m)} + \ldots + (1 - \varepsilon^n x^n)^{m-j} \mathrm{A}_j y^{(m-j)} + \ldots$$
$$+ (-\varepsilon_1^m x^{m(n-1)} + \mathrm{A}_m) y = 0,$$

qui possède $n+1$ points réguliers $x_h = \varepsilon^{-1} e^{\frac{2h\pi i}{n}}$, $x_\infty = \infty$; ε_1 sera une fonction de ε, infiniment petite avec ε, ainsi que $\varepsilon\varepsilon_1^{-m}$.

Appliquons alors à (E′) l'algorithme d'approximations successives qui nous a déjà servi; la seule circonstance nouvelle qui se présentera concernera le *chemin d'intégration*. Actuellement, ce sera une branche de la courbe

$$(\mathfrak{L}) \qquad \mathfrak{R}\left\{ e^{i\delta} \int_0^x \frac{\left[\varepsilon_1^m \xi^{m(n-1)} - \xi^{m(n-1)-l}\right]^{\frac{1}{m}}}{1 - \varepsilon^n \xi^n} d\xi \right\} = \mathrm{C}.$$

Or, pour C fini, $\mathfrak{L}$ possède, entre autres, mn branches, dont chacune

s'enroule autour de x_∞ et de l'un des points x_h; ces branches se divisent en deux catégories. Pour les premières, au nombre de $mn - l$, les points asymptotes x_h et x_∞ sont reliés par un arc qui, pour ε infiniment petit, tend vers un arc d'une branche de l'hyperbole

$$r^{n-\frac{l}{m}} \cos[(n - lm^{-1})\theta + \delta_1] = C_1.$$

Pour les l branches de la seconde catégorie, *le minimum de r est au moins de l'ordre de* $\varepsilon_1^{-\frac{m}{l}}$. D'où la conséquence suivante :

ε étant donné, les mn branches précédentes balaieront d'abord (par variation de δ et C) mn secteurs de la couronne $\mathcal{S}[r_0 < |x| < r_1]$, où r_1 a été pris suffisamment grand ; et dans chacun de ces secteurs, on connaîtra une intégrale de (E′), canonique pour x_n ou x_∞. Mais ε tendant vers o, $\mathcal{S}$ *finira par n'être plus balayée que par* $mn - l$ *arcs*, les intégrales correspondantes s'y comportant comme e^X (avec $X'^m = \varepsilon_1 x^{m(n-1)} - x^{m(n-1)-l}$). A la limite, les l intégrales correspondant aux branches de la seconde catégorie *se seront donc évanouies*, et l'on aura obtenu une division de $\mathcal{S}$ en $mn - l$ secteurs occupés par des intégrales d'ordre $n - \frac{l}{m}$.

2. On démontre d'ailleurs aisément que dans chacun de ces secteurs, on connaît $m + 1$ intégrales de $(\overline{E})$ liées par une relation à coefficients constants ; ces relations sont au nombre de $mn - l$; un procédé que nous avons exposé antérieurement permet d'en déduire $(m-1)(mn - m - l - 1)$ quantités, qu'on appellera encore les *paramètres* du point irrégulier et qui constitueront les limites d'un nombre égal d'invariants du groupe de (E′). Mais, cette fois-ci, $(m-1)l$ *invariants de* (E′) *se seront évanouis, sans laisser de traces dans l'équation* $(\overline{E})$.

3. Sans insister davantage sur le cas où (1) possède des racines égales, indiquons une application des résultats précédents et de ceux de nos autres Notes. Ils conduisent naturellement à la *généralisation* suivante *du problème de Riemann :*

Soit $(\mathcal{E})$ une équation linéaire, $\sum_{j=0}^{m} A_j y^{(m-j)} = 0$, les A_j étant des fonctions rationnelles de *formes* données ; $(\mathcal{E})$ possédera donc des singularités (régulières ou IRRÉGULIÈRES) de formes données ; *on demande de choisir les coefficients des* A_j *de telle sorte que les invariants du groupe de monodromie de* $(\mathcal{E})$ *et les paramètres de ses points irréguliers aient des valeurs données.*

D'après ce qui précède, le problème de Riemann généralisé n'est qu'un

cas-limite du problème classique; il doit pouvoir être résolu en même temps que ce dernier. Je me bornerai à indiquer que, pour $m=2$, si $(\mathcal{E})$ n'a qu'un point singulier irrégulier, de rang $n=3$, et dépend d'une variable supplémentaire t, *la solution du problème généralisé exigera l'existence d'un point apparemment singulier* $\lambda(t)$ *qui devra vérifier l'une des équations* (I) *ou* (II) *de M. Painlevé.*

4. Les résultats précédents et d'autres que je ne puis développer seront exposés dans un Mémoire ultérieur. Qu'il me soit permis de faire observer que si la conception d'une singularité irrégulière comme groupement de points réguliers infiniment voisins a pu déjà [1] montrer toute sa fécondité, c'est à la méthode des approximations successives de M. Picard qu'elle en est redevable. C'est d'ailleurs M. Picard qui, le premier, appliqua sa méthode aux équations irrégulières (pour $m=2$, $n=1$). Je citerai aussi de nombreux et importants Mémoires de M. Horn [2]; en ce qui concerne les équations différentielles linéaires, cet auteur n'a étudié que les équations limites, et le long de chemins rectilignes. S'il arrive à la notion de secteurs (pour $m=2$, $n=2$), c'est, circonstance remarquable, à l'aide d'une méthode différente, fondée sur la théorie des séries de facultés, mais qui nécessite de bien plus longs calculs.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'intégrale de M. Angelesco.* Note [3] de M. **Erwand Kogbetliantz**, transmise par M. Appell.

M. Angelesco envisage l'intégrale

$$I(r) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma(\lambda)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}+\lambda\right)} \frac{\lambda(1-r^2)}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{f(t)\,[\sin^2(\theta_0-t)]^\lambda\,dt}{[1-2r\cos(\theta_0-t)+r^2]^{\lambda+1}} \qquad (\lambda > 0),$$

et il démontre [4] qu'on a

$$\lim_{r=1-0} I(r) = \frac{1}{2}[f(\theta_0-0)+f(\theta_0+0)]$$

---

(1) Elle nous semble devoir être précieuse pour expliquer l'origine des singularités fixes *quelconques* des équations *non* linéaires.

(2) Cf. notamment *Journ. für r. und. ang. Math.*, t. **138**, 1910, p. 159; *Math. Ann.*, t. **71**, 1912, p. 510.

(3) Séance du 28 juillet 1919.

(4) *Thèse*, p. 41-44. Paris, Gauthier-Villars, 1916.

en tout point θ_0 de l'intervalle $(0, 2\pi)$, où cette expression existe, *si la fonction périodique $f(\theta)$ est bornée dans $(0, 2\pi)$.*

Dans cette Note nous allons démontrer que *ce résultat de M. Angelesco subsiste aussi quand $f(\theta)$ devient infinie dans $(0, 2\pi)$, pourvu que le produit*

$$|f(\theta_0 - u) + f(\theta_0 + u)|(\sin u)^{2\lambda}$$

soit intégrable dans $(0, \pi)$. On le prouve en considérant le développement ultrasphérique suivant de $f(\theta)$ dans l'intervalle $(0, 2\pi)$:

$$(1) \qquad f(\theta) \sim \frac{\Gamma(\lambda)\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\lambda + \frac{1}{2}\right)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+\lambda}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(t)\, P_n^{(\lambda)}(\cos\overline{\theta - t})[\sin^2(\theta - t)]^{\lambda}\, dt,$$

où $P_n^{(\lambda)}(x)$ désigne le polynome ultrasphérique.

Pour $\lambda \to 0$, (1) se réduit au développement trigonométrique de $f(\theta)$. En posant

$$2\varphi(u) = f(\theta_0 - u) + f(\theta_0 + u),$$

nous mettons (1) sous la forme suivante :

$$(2) \qquad \frac{\Gamma(\lambda)\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\lambda + \frac{1}{2}\right)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+\lambda}{2\pi} \int_0^{\pi} \varphi(u)\, P_n^{(\lambda)}(\cos u)(\sin u)^{2\lambda}\, du.$$

L'ordre d'infinitude de $\varphi(u)$, au point $u = \pi$, est le même que celui de $f(\theta)$ au point $\theta = \theta_0 \pm \pi$; désignons-le par γ et appliquons au développement (2) les résultats de nos Notes [1] sur la sommation $(C, \delta > \lambda)$ de la série ultrasphérique

$$F(\theta, \varphi) \sim \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+\lambda}{2\pi} \int\!\!\int_S \frac{F(\theta', \varphi')\, P_n^{(\lambda)}(\cos\omega)\, d\sigma'}{[\sin^2\theta' \sin^2(\varphi - \varphi')]^{\frac{1}{2} - \lambda}},$$

dont la série (2) n'est qu'un cas particulier, dans lequel le point (θ, φ) se trouve au pôle de la sphère S, et dans lequel $F(\theta, \varphi)$ ne dépend pas de φ. Nous avons le théorème :

La série (1) est sommable $(C, \delta \mp 2\lambda)$ avec la somme

$$\frac{1}{2}[f(\theta_0 - 0) + f(\theta_0 + 0)],$$

---

(1) *Comptes rendus*, t. **164**, 1917, p. 510, et t. **168**, 1919, p. 1193.

quel que soit γ $[\gamma < 2\lambda + 1]$, *si* $|\varphi(\theta)|(\sin\theta)^{2\lambda}$ *est intégrable dans* $(0, \pi)$; *si* $\gamma \leqq \lambda + 1$, *la série* (1) *est sommable* $(C, \delta > \lambda)$, *mais, pour* $\gamma > \lambda + 1$, *elle n'est pas sommable* $(C, \delta \leqq \gamma - 1)$, *tout en l'étant* $(C, \delta > \gamma - 1)$.

La sommabilité (C, δ) d'une série $\sum\limits_0^\infty u_n$ avec la somme S entraîne l'existence de $\lim\limits_{r=1-0} \sum\limits_0^\infty u_n r^n = S$ et, par conséquent, notre proposition concernant $I(r)$ se trouve établie.

Il est à observer que le développement (1) n'a rien de commun avec le développement dans l'intervalle $(-1, +1)$ de la fonction

$$F(x) = F(\cos\theta) = f(\theta)$$

suivant les polynomes orthogonaux ultrasphériques. Par exemple, le cas $\lambda = \frac{1}{2}$ donne le développement

$$F(x) \sim \frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\left(n+\frac{1}{2}\right)\int_{-1}^{+1}\Big\{ F\left[xt - \sqrt{(1-x^2)(1-t^2)}\right] + F\left[xt + \sqrt{(1-x^2)(1-t^2)}\right]\Big\} P_n(t)\,dt \qquad (|x| < 1)$$

qui diffère essentiellement de la série de Legendre.

Ce développement est sommable, (C, 1), si la fonction $F(x)$ est absolument intégrable dans l'intervalle $(-1, +1)$.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Nouveaux procédés d'essais mécaniques des métaux.* Note de M. **Charles Frémont**, présentée par M. Haton de la Goupillière.

Les essais mécaniques des métaux s'effectuent actuellement à l'aide de machines importantes dont le poids, l'encombrement et le prix restreignent beaucoup l'usage.

En outre, ces machines sont construites pour essayer des éprouvettes relativement volumineuses dont les dimensions ont été choisies en vue de déterminer plus particulièrement la *moyenne* de la résistance du métal; or ce qu'il importe de mesurer c'est surtout la résistance *minimum* qu'on trouve dans les régions hétérogènes décelées par l'essai de corrosion, parce que ce sont ces points faibles qui sont la cause originelle de toutes les ruptures en service.

En pratique on a aussi à mesurer des résistances locales, par exemple à la suite d'écrouissage, de soudure, etc.

J'ai été conduit à utiliser, pour ces sondages locaux, des éprouvettes de faibles dimensions, puis à imaginer des machines portatives simples et peu coûteuses, pour permettre d'essayer économiquement les métaux, au choc et à la traction, dans les laboratoires d'études et de recherches.

Pour essayer à la traction, le bâti de la machine (*fig.* 1) se compose

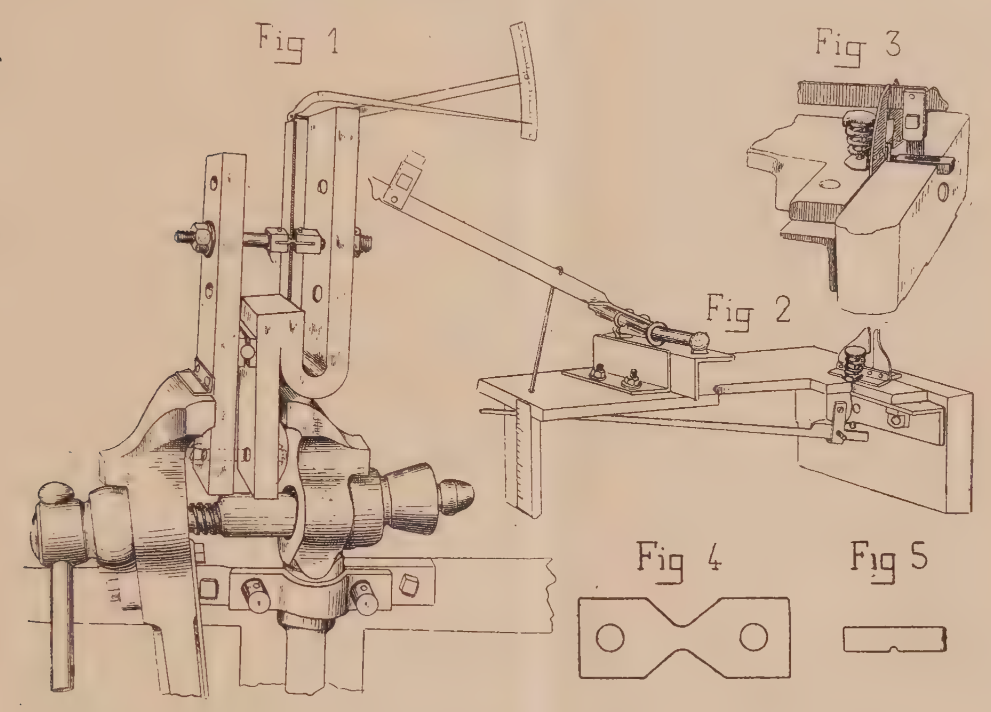


Fig. 1. Machine à essayer le métal à la traction. — Fig. 2 et 3. Marteau à ressort pour essayer le métal au choc. — Fig. 4. Éprouvette de traction, en grandeur naturelle. — Fig. 5. Éprouvette de choc, en grandeur naturelle.

d'une flasque droite et d'une flasque contrecoudée en forme de baïonnette, séparées par un cylindre d'acier dur qui leur sert de pivot de rotation.

Sur chaque flasque, trois trous, fraisés extérieurement pour recevoir une rotule, permettent le montage des deux chapes qui portent l'éprouvette à rompre ; le choix du trou variant avec la résistance prévue, en bas pour les plus hautes résistances à produire, en haut pour les métaux les moins résistants ou les plus ductiles.

L'appareil étant serré dans un étau d'ajusteur, sous la pression effectuée à l'aide de

la vis et de la manivelle, les mors rapprochent les branches inférieures des deux flasques, elles basculent sur l'axe cylindrique en acier dur et écartent les branches supérieures qui opèrent alors la tension croissante de l'éprouvette.

Sous la tension de l'éprouvette, le bâti se déforme élastiquement et cette déformation proportionnelle à l'effort, amplifiée suffisamment, indique par une aiguille sur un cadran, ou une plume sur du papier, et d'après un tarage préalable, la valeur de cet effort à chaque moment de l'essai.

La figure 4 représente, en grandeur naturelle, cette éprouvette de traction; si l'on a eu soin de polir cette éprouvette, la limite d'élasticité vraie est rendue visible et par suite mesurable.

La résistance rupture unitaire *conventionnelle* est donnée dans cet essai, comme d'habitude, en divisant l'effort maximum par la section initiale.

La ductilité est mesurée statiquement par le rapport de la section initiale à la section finale dans la striction.

Cette ductilité statique n'a d'ailleurs pas l'importance qu'on lui attribue généralement, car les ruptures en service des pièces métalliques ne s'effectuent jamais avec striction comme dans l'essai de traction; aussi en pratique cette mesure de la ductilité statique est remplacée avantageusement par la mesure de la résistance vive du métal essayé dynamiquement par le choc effectué dans certaines conditions.

Pour effectuer pratiquement et économiquement cet essai de choc, j'ai construit un marteau à ressort représenté par les figures 2 et 3.

Le percuteur de ce marteau, devant plier une éprouvette de faible section, est constitué par une petite lame d'acier trempé, de 1^{mm} à 2^{mm} au plus d'épaisseur, suivant le cas.

Le manche du marteau est une barre d'acier fixée, à son autre extrémité, sur un ressort dont la tension croissante pendant le relèvement du marteau produit une quantité de travail disponible, qui est rendu instantanément quand on lâche ce marteau; le percuteur frappe alors l'éprouvette avec une vitesse d'impact d'au moins 10^{m} à la seconde.

La quantité de travail dépensée pour produire la rupture est donnée par la mesure de la quantité de travail résiduel; le manche du marteau ayant, après le choc, comprimé un ressort dont la flexion absorbe le restant de puissance vive de ce marteau.

La grandeur de cette flexion du ressort est indiquée par le déplacement relatif d'un tube léger en acier trempé, freiné légèrement dans sa monture et entraîné, sans projection, par le ressort, pendant son brusque affaissement.

Une longue aiguille, amplifiant la course du tube, permet la lecture de la mesure du travail sur une échelle divisée fixée à l'autre extrémité de l'appareil. La division de cette échelle s'obtient par un tarage préalable effectué par la chute d'un poids connu tombant successivement de hauteurs croissantes.

Une matrice, d'ouverture correspondant à l'épaisseur de l'éprouvette, est fixée sur une chalotte d'un poids suffisant.

La figure 5 représente, en grandeur naturelle, l'éprouvette courante de la section rectangulaire de $3^{mm} \times 4^{mm}$ et de 15^{mm} de longueur.

Il est possible d'essayer sur cette machine des éprouvettes plus petites, car j'ai pu facilement essayer au choc des fils d'acier d'un millimètre de diamètre et entaillés d'un tiers de leur épaisseur.

ASTRONOMIE. — *Sur la transformation mécanique du temps sidéral en temps moyen*. Note de M. **Ernest Esclangon**, présentée par M. B. Baillaud.

Il peut être commode, dans les Observatoires, d'avoir des horloges qui, sous la dépendance du même mécanisme, indiquent simultanément le *temps moyen* et le *temps sidéral*. La complication des rouages qui en résulte ne permet pas, évidemment, de réaliser ces deux indications sur une pendule à marche indépendante, si l'on tient du moins à une extrême précision; mais la réalisation devient au contraire très facile sur une pendule ou sur un compteur synchronisés par une pendule quelconque, sidérale ou moyenne. La synchronisation a atteint aujourd'hui un tel degré de sécurité que la transformation mécanique et pratique du temps sidéral en temps moyen, ou inversement, peut être obtenue ainsi avec la plus grande précision.

Cette transformation mécanique peut être réalisée par un jeu d'engrenages, par exemple, de telle sorte que le rapport des vitesses de rotation des roues extrêmes soit égal au rapport des temps sidéral et moyen. L'important est que les engrenages restent simples tout en fournissant, avec une haute précision, le rapport voulu.

Nous avons été amené à étudier spécialement cette question, dans le but de doter les diverses salles d'observation de l'Observatoire de Strasbourg de cadrans indiquant simultanément le temps sidéral et le temps moyen et conduits électriquement par une pendule sidérale unique.

Nous nous sommes posé, comme condition, de n'admettre que *deux* engrenages avec, pour chaque roue, un maximum de dents inférieur à 600. Il s'agit donc de représenter le rapport $\frac{366,2421976}{365,2421976}$ par une fraction de la forme $\frac{mm'}{nn'}$ dans laquelle m, m', n, n', sont des entiers inférieurs à 600. Le développement du rapport précédent, en fraction continue, ne fournit pratiquement aucun résultat; les termes des réduites successives conduisent, en effet, à des diviseurs premiers trop grands. Mettant le rapport précédent sous la forme $\frac{N+P}{N}$, nous avons envisagé successivement les diverses

valeurs de l'entier P, en prenant pour N l'entier le plus voisin du produit $P \times 365,2421976$.

Les deux valeurs les plus intéressantes de P que nous avons obtenues sont les suivantes :

1° P = 103. On a alors

$$\frac{N+P}{N} = \frac{37723}{37620} = \frac{7 \times 17 \times 317}{4 \times 5 \times 9 \times 11 \times 19} = \frac{119 \times 317}{114 \times 330}.$$

Les deux couples d'engrenages pourront donc avoir respectivement comme nombres de dents 119, 330 et 317, 114; les roues intermédiaires de 330 et 317 dents seront montées sur le même axe; les roues extrêmes de 119 et 114 dents correspondront, la première au temps moyen, la seconde au temps sidéral.

La précision est telle qu'il y aura seulement *perte d'une seconde* en 8 ans (exactement $8^{\text{ans}},116$).

2° P = 289. On a alors

$$\frac{N+P}{N} = \frac{105844}{105555} = \frac{4 \times 47 \times 563}{3 \times 5 \times 31 \times 227} = \frac{188 \times 563}{227 \times 465}.$$

Les deux couples d'engrenages pourront avoir ici respectivement 188, 465 dents et 563 et 227 dents.

La précision correspond à la *perte d'une seconde*, seulement en 249 ans.

Eu égard aux nécessités de la pratique, la première solution, correspondant à P = 103, qui comporte un maximum de 330 dents seulement, est largement suffisante.

A titre de curiosité, signalons encore le cas P = 801, qui fournit le rapport

$$\frac{293360}{292559} = \frac{80 \times 19 \times 193}{37 \times 7907}$$

et correspond comme précision à un gain d'une seconde en 13000 ans. Malheureusement, le diviseur 7907 est un nombre premier.

On voit en résumé que deux engrenages seulement suffisent à assurer simplement la transformation qui, bien entendu, est toujours reversible, le mécanisme pouvant être conduit par une pendule unique, sidérale ou moyenne à volonté.

Ce même problème peut présenter quelque intérêt au point de vue de la conduite et la synchronisation des chronographes, pour lesquels on peut obtenir à volonté des secondes sidérales ou moyennes avec une pendule unique, elle-même sidérale ou moyenne.

RADIOLOGIE. — *Sur de nouveaux écrans fluorescents pour la Radioscopie.* Note de MM. **P. Roubertie** et **A. Nemirovsky**, présentée par M. J. Carpentier.

On sait que les écrans fluorescents utilisés jusqu'ici pour les examens radioscopiques sont à base de platino-cyanure de baryum. Le platine y joue un rôle essentiel.

Or le platine est un corps rare. Il est indispensable pour maintes applications dans lesquelles on ne lui connaît pas de succédané. La guerre en a fait une importante consommation. Il a été employé en quantité pour des contacts électriques, dans les magnétos d'aviation notamment, pour la construction des pulvérisateurs utilisés dans les chambres de plomb; en lames dans la fabrication synthétique de l'acide nitrique; en fils demi-fins dans les couples thermo-électriques, en fils fins dans la T. S. F.; sous des formes variées dans les instruments de chirurgie, etc.

Le stock de platine de la France s'est presque épuisé et, la Russie n'exportant plus ce métal, sa valeur a monté à un taux fort élevé. C'est ainsi que les écrans radioscopiques au platino-cyanure de baryum ont atteint actuellement un prix exorbitant. Pour remédier à cet inconvénient, on a cherché de divers côtés à remplacer le composé de platine par des sels de métaux moins précieux.

A la suite de longues recherches, un de nous avait découvert, dès 1911, que les tungstates de métaux magnésiens deviennent lumineux sous l'action des rayons X. Nous avons cherché et réussi à préparer et à fabriquer de nouveaux écrans fluorescents avec ces tungstates, et notamment avec le tungstate de cadmium, c'est-à-dire sans platine.

Les couches que nous réalisons sont exemptes de la phosphorescence permanente que possèdent les écrans aux sulfures divers qui ont été également proposés dans le même but. Elles sont insensibles aux agents physiques et atmosphériques et à l'action prolongée des rayons X qui détériore les écrans à base de platino-cyanure. Leur luminescence, sous l'action des rayons X, est blanche; le corps radioscopié se détache en noir sur l'écran : l'image ressemble aux épreuves radiographiques positives au bromure.

Cette qualité a un double avantage. D'abord elle rend l'examen radioscopique plus agréable et plus précis; on sait en effet qu'avec un écran au platino-cyanure la radioscopie se détache en images violacées sur plages

jaune vert très brillantes; à la fixer, les yeux du radiographe se fatiguent rapidement. Ensuite, elle permet de photographier et permettra sans doute de cinématographier les images formées sur ces nouveaux écrans, ce que ne permet aucun écran au platino-cyanure.

A ces qualités d'ordre purement technique, nos écrans radioscopiques joignent encore l'avantage d'être d'un prix notablement inférieur à celui des écrans au platine, les produits entrant dans leur composition n'étant pas, comme le platine, rares et chers.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de la chlorhydrine sulfurique sur le sulfate diméthylique. Préparation du chlorosulfonate de méthyle.* Note de MM. **R. Levaillant** et **L.-J. Simon**, transmise par M. Ch. Moureu.

Dans une Note précédente [1], nous avons indiqué les particularités de l'action de la chlorhydrine sulfurique sur le sulfate acide de méthyle, action assez complexe dans laquelle se forme le chlorosulfonate de méthyle.

Il nous faut maintenant décrire, en quelque sorte parallèlement, l'action de la chlorhydrine sulfurique sur le sulfate diméthylique.

Sous l'action de la chaleur, ces deux corps réagissent dans le sens de la formule

$$(1)\qquad SO^2\Big\langle{}^{Cl}_{OH} + SO^4(CH^3)^2 = SO^2\Big\langle{}^{Cl}_{OCH^3} + SO^2\Big\langle{}^{OCH^3}_{OH}.$$

Il se forme donc, là aussi, du chlorosulfonate de méthyle et, en outre, du sulfate acide de méthyle; mais celui-ci est à son tour en état de réagir sur la chlorhydrine sulfurique dans le sens de la formule

$$(2)\qquad SO^2\Big\langle{}^{Cl}_{OH} + SO^2\Big\langle{}^{OCH^3}_{OH} = SO^2\Big\langle{}^{Cl}_{OCH^3} + SO^4H^2.$$

En sorte qu'on serait tenté de représenter l'intégralité du phénomène par la formule globale

$$(3)\qquad 2\,SO^2\Big\langle{}^{Cl}_{OH} + SO^4(CH^3)^2 = 2\,SO^2\Big\langle{}^{Cl}_{OCH^3} + SO^4H^2.$$

Cette représentation serait inexacte, tant au point de vue quantitatif qu'au point de vue du mécanisme.

---

[1] *Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 140.

Nous avons vu, dans la Note citée plus haut, que la réaction (2) est limitée et que, dans les conditions les plus favorables, le rendement ne dépasse pas 60 pour 100 du rendement théorique qui y correspondrait.

D'autre part, la réaction (1) est elle-même une réaction d'équilibre; à la vérité, dans les conditions de l'opération actuelle, l'équilibre est favorable aux produits indiqués dans le second membre, mais nous avons vérifié qu'on peut également réaliser la réaction inverse, c'est-à-dire qu'en chauffant du chlorosulfonate de méthyle et du sulfate acide de méthyle à la température du bain-marie bouillant, il se forme, en petite quantité, chlorhydrine sulfurique et sulfate diméthylique.

Finalement, on se trouve donc en présence d'un mélange de cinq substances : acide sulfurique et ses éthers méthyliques, chlorhydrine sulfurique et chlorosulfonate de méthyle.

Ce sont ces mêmes corps qui constituent le mélange auquel on parvient dans l'action de la chlorhydrine sulfurique sur le sulfate acide de méthyle. Le mode opératoire pour isoler le chlorosulfonate sera donc identique. Par distillation sous pression réduite, on fractionne en deux portions A et B et l'on a un résidu.

La portion A renferme le chlorosulfonate de méthyle accompagné d'un peu de chlorhydrine.

La portion B renferme chlorhydrine, chlorosulfonate et sulfate diméthylique.

Le résidu est de l'acide sulfurique retenant un peu de sulfate acide de méthyle.

L'isolement et la purification du chlorosulfonate de méthyle s'effectuent comme il a été dit (*loc. cit.*).

Le rendement à partir du sulfate diméthylique est plus satisfaisant qu'à partir du sulfate acide de méthyle : dans une réaction à proportions équimoléculaires on recueille $0^{mol},70$ au lieu de $0^{mol},40$. Or le sulfate diméthylique est un produit que l'industrie fournit à l'état de pureté et à prix modéré. C'est donc à cet éther qu'on s'adressera si l'on veut se procurer au laboratoire du chlorosulfonate de méthyle à partir de la chlorhydrine sulfurique.

Le parallélisme d'action sur la chlorhydrine des sulfates de méthyle acide et neutre nous permet maintenant *d'améliorer notablement le rendement de l'opération en chlorosulfonate de méthyle par la combinaison des deux réactions.*

II. L'une ou l'autre de ces deux réactions aboutit en effet à deux portions A et B : la première, qui est du chlorosulfonate souillé de chlorhydrine, la seconde qui renferme ces deux produits et du sulfate diméthylique. Il suffit donc de faire rentrer en fabrication cette portion B pour augmenter notablement le rendement final. Il est avantageux à ce point de vue d'effectuer les opérations en série en utilisant, à partir de la seconde, la portion B de l'opération précédente à laquelle on incorpore une nouvelle quantité de sulfate de méthyle (acide ou neutre) et de chlorhydrine sulfurique.

On procédera, avec le sulfate acide de méthyle par exemple, de la manière suivante :

Première opération. — Une molécule de sulfate acide de méthyle réagit sur $1^{mol},5$ de chlorhydrine sulfurique (excès initial utile).

Deuxième opération. — La portion B_1 de la première opération est incorporée à 1^{mol} de sulfate acide de méthyle et à 1^{mol} de chlorhydrine.

Troisième opération. — La portion B_2 de la seconde opération est incorporée à une nouvelle quantité de sulfate acide de méthyle (1^{mol}) et de chlorhydrine (1^{mol}), et ainsi de suite.

Dans ces conditions on recueille dans chaque opération, à partir de la seconde, dans la portion A, plus de $0^{mol},9$ de chlorosulfonate de méthyle brut dont on peut retirer $0^{mol},8$ de produit pur.

Résultats numériques. — Une série de quatre opérations portant sur $6^{kg},800$ de chlorhydrine industrielle à 90 pour 100 et $0^{kg},920$ d'alcool méthylique pur à 99 a donné $3^{kg},130$ de chlorosulfonate brut dont on a extrait 91 pour 100 de produit pur.

Le rendement est naturellement amoindri si l'on emploie, au lieu d'alcool méthylique pur, le méthylène à 98; $21^{kg},4$ de chlorhydrine et $2^{kg},750$ de méthylène ont encore fourni en cinq opérations $8^{kg},130$ de chlorosulfonate de méthyle à 90 pour 100.

En résumé, par l'action de la chlorhydrine sulfurique sur les sulfates acide et neutre de méthyle, on peut, dans des conditions complexes mais réglables, obtenir assez avantageusement le chlorosulfonate de méthyle.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèse des cétimines par voie catalytique.* Note de M. **Georges Mignonac**, transmise par M. Ch. Moureu.

La méthode de préparation des corps possédant la fonction cétimine ($R - \underset{\underset{NH}{\|}}{C} - R^1$), que nous avons fait connaître dernièrement, M. Moureu et moi, est, jusqu'ici, la seule régulière qui permette d'atteindre cette classe de composés [1]. Je me suis proposé de les obtenir par une autre voie et j'ai étudié, à cet effet, l'action de l'ammoniaque sur les cétones.

Cette étude a déjà fait l'objet de quelques travaux.

L'ammoniaque, en solution aqueuse, agissant sur la propanone, donne une série de produits complexes : diacétone-amine ($C^6H^{13}ON$), triacétone-amine ($C^9H^{17}ON$), triacétonediamine ($C^9H^{20}ON^2$) [2]. D'autre part, les cétones homologues de la propanone et l'acétophénone soumises à l'action de l'ammoniaque en solution alcoolique [3] ont conduit à des corps de la forme ${}^{R}_{R^1}\!\!>C\left(N = C<^{R}_{R^1}\right)^2$; avec la benzophénone seulement, on a obtenu une huile dont le chlorhydrate présente la composition et les propriétés du chlorhydrate d'iminobenzophénone (diphénylcétimine) [4].

J'ai pensé que l'on pourrait obtenir les imines en dirigeant sur un catalyseur de déshydratation, maintenu à une température convenable, un mélange de gaz ammoniac et de cétone. J'ai utilisé, comme catalyseur, l'oxyde de thorium, qui a été employé déjà par MM. Sabatier et Mailhe pour effectuer la préparation des amines en soumettant les alcools à l'action du gaz ammoniac [5].

Le catalyseur de MM. Sabatier et Mailhe m'a conduit à d'excellents résultats pour la préparation de cétimines, et la réaction de déshydratation s'est effectuée normalement :

$$RCOR' + NH^3 = R - \underset{\underset{NH}{\|}}{C} - R^1 + H^2O.$$

(1) Ch. Moureu et G. Mignonac, *Les Cétimines* (*Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 1081).

(2) Heintz, *Ann. Chem.*, t. 174, p. 133; t. 198, p. 42; t. 203, p. 336.

(3) Thomae, *Arch. der Pharm.*, t. 243, p. 291-296 et 393-394.

(4) Thomae, *Arch. der Pharm.*, t. 243, p. 395-398.

(5) Sabatier et Mailhe, *Comptes rendus*, t. 148, 1909, p. 898; t. 153, 1911, p. 160 et 1204.

Je dois dire cependant que je n'ai pas réussi à isoler jusqu'ici les cétimines des cétones purement aliphatiques; ces imines se condensent avec une extrême facilité, de sorte qu'on n'observe que les produits de la condensation.

Le dispositif employé pour préparer les cétimines par catalyse est très simple. Dans un tube, qui peut être chauffé électriquement et maintenu à une température variable suivant les cas, et comprise entre 300° et 400°, on place une traînée d'oxyde de thorium. Sur la masse chauffée on entraîne, par un courant rapide de gaz ammoniac, la cétone à transformer, et l'on condense les produits formés dans un récipient refroidi par de la glace ou par un mélange de glace et de sel. Il est important de bien refroidir ce récipient, même pour des produits non volatils; en effet, dans le mélange obtenu (imine, eau, cétone en excès), la vitesse d'hydratation de l'imine croît rapidement avec la température :

$$\underset{\substack{\parallel \\ NH}}{R - C - R'} + H^2O = \underset{\substack{\parallel \\ O}}{R - C - R'} + NH^3.$$

Pour extraire l'imine des produits de la réaction, on traite le mélange par de l'éther, on décante l'eau (en mesurant son volume, on peut se rendre compte approximativement de la quantité de cétone réellement transformée), et l'on sèche la solution éthérée sur du sulfate de soude anhydre ; on chasse l'éther, par rectification dans le vide du résidu, on sépare d'abord un mélange de cétone et d'imine, puis les produits résultant de la condensation de celle-ci.

Pour séparer l'imine de la cétone on traite le mélange par l'éther anhydre, et l'on dirige dans la liqueur éthérée un courant de gaz chlorhydrique rigoureusement sec : le chlorhydrate se précipite, on le lave à l'éther anhydre. S'il n'est pas d'une entière pureté, s'il contient du chlorhydrate d'ammoniaque, on le purifie en le dissolvant dans le chloroforme et en le reprécipitant de sa solution chloroformique, après séparation du chlorhydrate d'ammoniaque, par l'éther de pétrole.

Préparation de quelques cétimines : 1° Méthylphénylcétimine, $CH^3\underset{\substack{\parallel \\ NH}}{C}C^6H^5$. — L'acétophénone réagit sur le gaz ammoniac à 380°-390°, en présence d'oxyde de thorium. On obtient un mélange d'eau et d'une huile jaunâtre (en outre, à l'extrémité du tube à catalyse on remarque une substance cristallisée fondant à 161°, dont l'étude est en cours). On sépare l'eau en épuisant le mélange à l'éther, et la solution éthérée est séchée; après évaporation de l'éther le résidu est distillé dans le vide. Les deux pre-

miers tiers passent à 99°-110° sous 29^{mm}; cette fraction contient la cétimine. On en fait une solution dans l'éther anhydre, qu'on traite par le gaz chlorhydrique sec : le chlorhydrate se précipite, il est séparé et lavé à l'éther anhydre. Il constitue le chlorhydrate de méthylphénylcétimine (Cl pour 100 : trouvé, 22,67; calculé, 22,83).

C'est un sel blanc, très hygroscopique, très rapidement décomposable par l'eau. Par hydrolyse, il donne de l'acétophénone et la quantité théorique de chlorhydrate d'ammoniaque.

Le rendement en chlorhydrate, d'imine calculé à partir de la cétone mise en œuvre, est compris entre 15 et 20 pour 100.

2° *Éthylphénylcétimine :* $C^2H^5-\underset{\underset{NH}{\|}}{C}-C^6H^5$. — La propiophénone $C^6H^5COC^6H^5$, traitée dans les mêmes conditions que l'acétophénone, conduit à un liquide jaunâtre contenant 20 à 25 pour 100 d'éthylphénylcétimine. J'ai séparé cette base à l'état de chlorhydrate : $C^2H^5-\underset{\underset{NH.HCl}{\|}}{C}-C^6H^5$. Ce sel fond à 145°, avec décomposition; il possède toutes les propriétés du chlorhydrate d'éthylphénylcétimine antérieurement décrit [1].

3° *Cyclohexylcétimine :* $(CH^2)^5C=NH$. — Il était intéressant d'essayer d'obtenir cette base par la méthode que je viens de faire connaître. Pour des imines de ce type, la méthode que nous avons préconisée, M. Moureu et moi, serait, en effet, d'une application difficile [1].

La cyclohexanone $(CH^2)^5CO$, soumise au même traitement que les cétones précédentes, à la température de 300°-330°, réagit très facilement sur le gaz ammoniac. Mais la cyclohexylcétimine paraît se condenser avec une extrême facilité, et l'on obtient, surtout, le produit résultant de la condensation, lequel bout à 183°-184° sous 3^{mm}. Cependant je suis parvenu à isoler une petite quantité de chlorhydrate de cyclohexylcétimine $(CH^2)^5C=NH.HCl$. Cl pour 100, trouvé : 25,93; calculé : 26,59.

4° *Diphénylcétimine :* $C^6H^5-\underset{\underset{NH}{\|}}{C}-C^6H^5$. — La benzophénone $C^6H^5COC^6H^5$, entraînée par un excès de gaz ammoniac sur de l'oxyde de thorium chauffé à 380°-390°, est transformée presque quantitativement en diphénylcétimine. On obtient un liquide légèrement coloré en jaune, qui contient 90 pour 100 de base. Après rectification dans le vide, on sépare la cétimine à l'état de chlorhydrate : $C^6H^5-\underset{\underset{NH.HCl}{\|}}{C}-C^6H^5$.

La base $C^6H^5-\underset{\underset{NH}{\|}}{C}-C^6H^5$ (ébullition : 170°-171° sous 17^{mm},5) est identique à celle précédemment décrite [1].

---

(1) CH. MOUREU et G. MIGNONAC, *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 1081.

GÉOLOGIE. — *Dépôts coquilliers aux environs d'Erquy (Côtes-du-Nord).* Note [1] de MM. **Lucien Daniel** et **Thoulet**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Dès 1849, Durocher, après lui M. Ch. Barrois et tout dernièrement MM. Ph. Dautzenberg et Gustave Dollfuss ont signalé en divers points de la côte nord de Bretagne, et particulièrement aux environs de Dol, de Saint-Malo et de Saint-Cast, à une altitude d'environ 8 mètres, l'existence de dépôts de coquilles récentes témoignant d'un changement relatif de niveau entre la mer et la terre dans cette région. Après Jean Daniel qui en avait reconnu la présence, nous avons à notre tour découvert un grand nombre de gisements sous forme de poches, couches, amas et dépôts épars le long de la mer, aux environs du bourg d'Erquy, dans les Côtes-du-Nord. Les principales localités sont les suivantes : falaises bordant les plages de la Ville-Berneuf (extrémité nord, 1 couche) et de Caroual (extrémité sud, 1 couche), de Lourtoué (extrémité est, 5 couches), la falaise rocheuse de Crèvecœur au cap d'Erquy, où l'amas est particulièrement important, une couche très étendue vers l'extrémité est de la plage du Guin, puis, à une distance ne dépassant guère deux kilomètres de la mer à vol d'oiseau, l'entrée du village de Caroual (poche), la tranchée du chemin de fer départemental près de la ferme du Travers (amas très considérable), escalier conduisant d'Erquy à Tu-ès-Roc (1 couche), montée du Noirmont (1 couche), route des Hôpitaux à Pléneuf, près de la Ville-ès-Rennais (poche), et au delà, sur la même route, le plus loin de la mer, près des ruines du moulin de Clairville (poche). Enfin, on trouve des coquilles marines disséminées en petit nombre sur une foule de points de la commune, au bord des chemins, des routes, où leur conservation et leur blancheur les font aisément découvrir. Sous une forme ou sous une autre, ces gisements de coquilles signalés entre le Mont-Saint-Michel et le cap Fréhel se continuent donc en série presque ininterrompue entre cette dernière localité et la plage de la Ville-Berneuf.

Les coquilles prédominantes sont des Patelles qui se montrent partout et des Moules qui constituent, presque à elles seules, la totalité de l'amas de la ferme du Travers. On trouve aussi, entiers ou en fragments, des Bigorneaux, Huîtres, Peignes, Murex, Haliotis, etc., d'espèces récentes, portant les traces indiscutables d'un long enfouissement. Leur gisement

[1] Séance du 28 juillet 1919.

est, en général, à une profondeur de $1^{m},50$ à $2^{m},50$ au-dessous de la surface du sol, au milieu de sables légèrement argileux faisant une faible effervescence avec les acides. Leur origine est attribuable à diverses causes. Tout d'abord, les coquilles isolées, disséminées dans les champs ou en petites poches loin de la mer, peuvent avoir été apportées avec le goëmon destiné à l'amendement des terres, ou, dans le voisinage immédiat des fermes, être les restes de coquillages ayant servi, suivant une habitude locale, à l'engraissement des porcs.

Les amas (ferme du Travers, Crèvecœur) correspondent plutôt à des débris de cuisine comparables aux Kjökkenmöddings du Danemark, et la découverte de silex taillés dans la région, la présence d'un dolmen près du bourg, l'existence très ancienne de vastes marais qui n'ont disparu que depuis moins d'un siècle, la fragilité des coquilles engageraient à reporter ces gisements à une époque extrêmement reculée et même préhistorique.

Enfin, certains d'entre eux, disposés en couches dans des sables un peu vaseux avec grains de dimensions en majeure partie uniformes, mélangés à des graviers et à des cailloux anguleux et souvent plus ou moins arrondis, appartenant aux diabases et aux schistes cristallins de la région, la disposition des coquilles de Patelles, presque toujours la pointe en l'air, l'inclinaison des couches dans la direction du thalweg des diverses petites vallées descendant vers la mer, enfin, l'ensemble de leurs caractères, nettement identiques à ceux que l'on peut aujourd'hui observer au lieu dit la Bouche, ou estuaire de l'Islet, au nord d'Erquy, autorise à les considérer comme des formations ayant fait partie d'anciens estuaires. D'autres couches, remarquables par une quantité considérable de petits fragments de briques et de poteries, mêlés à des coquilles disséminées et aussi à des blocs rocheux très gros et à de menues pierrailles anguleuses, situées à un niveau plus élevé au-dessus du niveau de la mer que les couches d'estuaires, au pied de talus, paraissent résulter d'éboulements.

A quelle date se sont formés ces dépôts, pour la plupart situés actuellement à des altitudes de 3^{m} à $8\text{-}10^{m}$? Les seuls débris intéressants autres que les coquilles trouvés dans les couches, des tessons de poteries gallo-romaines ou gauloises, un fragment de lave noire poreuse, du charbon de bois et une dent de Bovidé, tendraient à faire admettre que les dépôts seraient postérieurs à l'époque romaine et que la mer atteignait alors un niveau supérieur à celui d'aujourd'hui. Il en serait de même pour les couches de Caroual, de la Ville-Berneuf, de Lourtoué et de Guin, sensiblement à la même altitude. On est ainsi conduit à songer au grand cata-

clysme de l'an 709 à la suite duquel la côte ouest de la presqu'île du Cotentin fut submergée sous la mer en ne laissant comme témoins de son existence que les îles normandes de Jersey et de Guernesey dans leur état actuel. Il est probable qu'antérieurement à l'événement, qui fut soudain, le flot de marée venant de l'entrée de la Manche et heurtant le continent plus en avant vers l'Ouest produisait dans la baie de Saint-Brieuc, au moins partiellement, l'entassement d'eau qui s'effectue aujourd'hui dans la baie du Mont-Saint-Michel et donne une dénivellation d'environ 12^m. Ainsi serait justifiée l'altitude uniforme actuelle des couches de coquilles partout où elles ont été constatées.

Quant à la cause même du cataclysme, dont la violence et la soudaineté ont permis la conservation des coquilles dans les sables meubles de la dune de Lourtoué, ne pourrait-on pas l'expliquer par une éruption ou une secousse volcanique sous-marines ayant leur centre quelque part dans le nord-ouest des îles normandes, là où la Manche présente ses plus grandes profondeurs? Les volcans sous-marins sont beaucoup plus nombreux qu'on ne serait porté à le croire. Des recherches océanographiques, bathymétriques et microlithologiques sur place, qu'il n'est malheureusement pas en notre pouvoir d'effectuer en ce moment, permettraient seules d'élucider une question aussi intéressante pour l'Océanographie que pour la Géographie physique, la Géologie et l'Archéologie de la Bretagne.

BOTANIQUE. — *Sur l'absorption des sels minéraux par le sommet de la racine.* Note [1] de M. **Henri Coupin**, transmise par M. Gaston Bonnier.

Après avoir constaté que le sommet de la racine absorbe l'eau dans laquelle il est plongé [2], il était naturel de se demander si, en même temps — ce qui, d'ailleurs, était presque évident *a priori*, — il laisse pénétrer à son intérieur les sels minéraux qui peuvent y être tenus en dissolution et si cette endosmose est suffisante pour permettre la nutrition des végétaux. Les expériences faites dans ce but ont été disposées comme je l'ai indiqué précédemment, c'est-à-dire que les germinations ont été maintenues, pendant quelques jours, dans une atmosphère à la fois humide et aérée, et la pointe de leur racine plongeant *seule* dans le liquide. Celui-ci était, pour

---

[1] Séance du 28 juillet 1919.

[2] *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 519 et 1005.

chaque espèce de plantes, soit (B) de *l'eau redistillée* [1], soit (A) du *liquide de Knop* [2]. Le tout était laissé dans le laboratoire ($t = 20°$ environ), devant une fenêtre largement éclairée et regardant le Nord. Toutes les 24 heures, on remontait les germinations afin que la pointe de la racine fût seule immergée.

Les résultats obtenus avec un grand nombre d'espèces prises au hasard ayant été *rigoureusement identiques*, il suffira, pour en donner une idée, que j'en cite trois exemples [3] qui fixeront les idées et qui, relatifs à des graines faciles à se procurer partout, pourront être vérifiés par ceux qui voudraient opérer pour eux-mêmes.

POIS GRIS.

	A (liquide de Knop).				B (eau redistillée).			
	Longueur de la racine (en cm).	Nombre de radicelles.	Longueur de la tige (en cm).	Feuilles.	Longueur de la racine (en cm).	Nombre de radicelles.	Longueur de la tige (en cm).	Feuilles.
État initial........	3,7	0	0		2	0	0	
Au bout de 24h....	5,2	0	0	Bien développées, mais non étalées.	3	0	0	Feuilles non étalées.
» 48h....	5,5	0	0,3		3,5	0	0,3	
» 72h....	6	traces	0,5		4	traces	0,5	
» 96h....	7,5	15 de 1 à 2mm	0,6		5	1	0,8	
» 120h....	8	20 de 2 à 6	1,4		5,5	4	1,5	
» 144h....	8,2	20 de 10 à 20	1,7		5,6	7	1,5	
» 168h....	9	20 de 10 à 20	2,5		5,7	7 de 10mm	2	
» 192h....	10	20 de 10 à 40	3		5,8	7 de 10	2	
» 216h....	11	20 de 10 à 57	4,5	Feuilles étalées.	5,9	7 de 10	2,8	
» 240h....	12	24 de 10 à 60	8		6,5	7 de 10	3,5	
» 264h....	13	26 de 10 à 65	9		6,6	7 de 10	3,6	

Après la 264e heure, l'expérience a été arrêtée parce que, dans la culture A, les radicelles étaient devenues si longues qu'elles étaient sur le point de pénétrer dans le liquide, ce qui aurait faussé les résultats, en les exagérant. Cette culture A était en pleine vigueur, avec une tige robuste et des feuilles assez larges, tandis que la culture B était assez malingre et presque arrêtée dans son développement.

---

(1) Il faut éviter d'employer de l'eau distillée du commerce, qui contient du cuivre, susceptible de nuire aux racines et, notamment, comme je l'ai reconnu, de tuer le point végétatif. Il faut redistiller cette eau dans du verre.

(2) Le liquide de Knop est, comme on sait, le liquide classique pour étudier la nutrition minérale des plantes. Pour 1l d'eau (redistillée), il contient du nitrate de calcium (1g), du nitrate de potassium (0g,25), du phosphate acide de potassium (0g,25), du sulfate de magnésium (0g,25) et des traces de phosphate de fer.

(3) Les radicelles indiquées se trouvaient exclusivement dans l'air humide et non dans le liquide de culture.

RICIN SANGUIN.

	A (liquide de Knop).				B (eau redistillée).			
	Longueur de la racine (en cm).	Nombre de radicelles.	Longueur de l'axe hypocotylé (en cm).	Cotylédons.	Longueur de la racine (en cm).	Nombre de radicelles.	Longueur de l'axe hypocotylé (en cm).	Cotylédons.
État initial........	1,8	0	0,3	Enfermés dans l'albumen.	1,7	0	0,3	Enfermés dans l'albumen.
Au bout de 24^h.....	2,2	6 de 3^{mm}	0,5		2	8 de 4 à 7^{mm}	0,6	
» 72^h.....	4,5	6 de 5 à 8^{mm}	0,8		4	8 de 5 à 8	1	
» 120^h.....	6,5	6 de 5 à 9	1		5,3	8 de 5 à 8	1	
» 168^h.....	11	6 de 5 à 10	2	Commençant à s'écarter.	6	18 de 1 à 8	1,2	
» 216^h.....	14	46 de 4 à 10	2,5		7,5	20 de 1 à 9	1,4	
» 264^h.....	15	50 de 10 à 30	2,8		nécrosée	20 de 1 à 9	1,4	
» 312^h.....	16,5	60 de 20 à 30	3		mourante	20 de 1 à 9	1,4	
» 360^h.....	20	60 de 20 à 30	4		mourante	20 de 1 à 9	1,4	
» 408^h.....	25	60 de 20 à 30	5,5	Étalés.	morte	20 de 1 à 9	1,4	
» 504^h.....	26	70 de 20 à 30	7		morte	20 de 1 à 9	1,4	

Après la 504e heure, le développement de A devient tellement considérable qu'il n'y a pas de récipients assez grands pour en continuer la culture, laquelle, par suite, est volontairement arrêtée.

LUPIN BLANC.

	A (liquide de Knop).				B (eau redistillée).			
	Longueur de la racine (en cm.)	Nombre de radicelles.	Longueur de l'axe hypocotylé (en cm.)	Feuilles.	Longueur de la racine (en cm.)	Nombre de radicelles.	Longueur de l'axe hypocotylé (en cm.)	Feuilles.
État initial........	1,5	0	0,5	Enfermées entre les cotylédons	1,7	0	0,5	Enfermées entre les cotylédons
Au bout de 24^h....	2,7	0	0,5		2	0	0,8	
» 72^h....	6,2	0	1,5		3,5	5 de 1^{mm}	0,8	
» 120^h....	12,8	6 de 1 à 2^{mm}	2,5	A demi sorties, mais non étalées	3,5	8 de 1 à 5^{mm}	1	Commencent à sortir d'entre les cotylédons
» 168^h....	13	»	5		Nécrosée	11 de 1 à 8^{mm}	1,5	
» 216^h....	19	»	5,5		»	»	2	
» 264^h....	21	7 de 1 à 2^{mm}	6,5		»	25 de 1 à 15^{mm}	2	
» 312^h....	22	»	7		»	25 de 1 à 20^{mm}	2	
» 560^h....	23	»	7,2	Étalées	»	»	2	A demi sorties, mais non étalées
» 408^h....	24	»	7,5		»	»	2	

A la 408e heure, A, en pleine vigueur, continue son développement, mais la culture en est volontairement interrompue, le récipient étant trop petit pour loger la racine, qui devient démesurée.

On voit, par les caractères morphologiques de ces trois paires de germinations et sans qu'il soit besoin d'en peser le poids sec, que chaque plante dont la pointe radiculaire plongeait dans le *liquide de Knop* a pris un développement nettement supérieur à celui de la plante dont la pointe radicu-

laire plongeait dans l'*eau redistillée.* Cette différence est manifestement due à ce que, dans le premier cas, les sels nutritifs avaient pénétré dans la racine et avaient permis au végétal de s'accroître plus que celui qui n'avait à sa disposition que les matières de réserve de ses cotylédons ou de son albumen. On peut donc en conclure que *la pointe de la racine est susceptible d'absorber les sels minéraux et que ceux-ci sont copieusement utilisés pour l'édification du végétal auquel on les a offerts.*

ÉCONOMIE RURALE. — *Quelques procédés de destruction des Acridiens et leur application.* Note de M. **P. Vayssière,** présentée par M. Paul Marchal.

Les cultures de la Crau ont eu en 1918 et surtout en 1919 à souffrir de la multiplication intense d'une espèce d'Acridiens autochtone, le Criquet marocain (*Dociostaurus marocanus*). Cet Orthoptère se rencontre sur tout le littoral méditerranéen, mais ses invasions en France ne paraissaient à craindre, jusqu'à ces dernières années, qu'en Camargue où, depuis 1555, on a signalé des déprédations souvent très importantes, notamment en 1614, 1616, 1625, 1719, 1894, 1901, 1910 et 1914. Les départements du Var et des Basses-Alpes ont eu récemment à se plaindre dans les parties montagneuses du *Calliptamus italicus;* enfin l'Afrique du Nord vient de subir une invasion sérieuse du Criquet pèlerin (*Schistocerca tatarica*).

J'ai eu l'occasion, au cours de trois missions officielles effectuées dernièrement, l'une au Maroc, les deux autres dans le sud-est de la France, d'étudier ces divers insectes et surtout les moyens de destruction propres à combattre ces fléaux de l'Agriculture. Sur la demande du Conseil général des Bouches-du-Rhône et de la Commission technique pour l'emploi agricole des produits de guerre, instituée au Ministère de l'Agriculture (Direction des Services sanitaires et scientifiques), des essais de nouveaux traitements ont été entrepris cette année en Crau. J'ai pu avoir ainsi à ma disposition des appareils et des produits dont certains sont appelés à un avenir intéressant en Phytopathologie.

Essais :

1. *Lance-flammes* (modèles P_3 et P_4 de l'Armée) [1]. — Ces appareils, qui utilisent l'huile lourde de houille comme combustible [2], donnent des résultats remarquables

(1) Essais faits en collaboration avec M. Bazile.

(2) Les Italiens ont employé, depuis 1914, des appareils similaires d'origine allemande, alimentés par un mélange de benzine et de pétrole, donc beaucoup plus onéreux que notre produit.

contre les bandes d'Acridiens au repos ou en marche sur le sol : tout insecte surpris par la flamme ou posé sur une aire de 1^m environ autour de la surface brûlée est tué instantanément. Avec un seul chargement d'un appareil d'une douzaine de litres de capacité, bien manipulé, on peut balayer une surface supérieure à 200^{m^2}. La façon la plus pratique d'opérer consiste dans l'emploi de deux ou trois appareils qui, agissant simultanément, couvrent en un instant très bref une zone de 100^{m^2}.

2. *Gaz suffocants toxiques.* — Deux d'entre eux ont été expérimentés : un mélange d'oxychlorure de carbone et de chlorure d'étain, qui avait été considéré pendant la guerre comme très toxique pour les Mammifères, n'a donné aucun résultat positif (1) sur des bandes très nombreuses de Criquets qui étaient pourtant maintenues sous l'action d'un gaz très concentré à des distances du point d'émission variable de $0^m,10$ à 4^m. Il fut très nocif pour la végétation voisine. Par contre, des pulvérisations d'une émulsion aqueuse à 25 pour 100 ou mieux à 50 pour 100 de chloropicrine (2) m'ont donné d'excellents résultats : tout Acridien touché par une des fines gouttelettes du liquide émis par un pulvérisateur ordinaire en tôle étamé, tombait, atteint de paralysie complète des ailes, puis des pattes postérieures, et mourait en quelques secondes, les anneaux de l'abdomen animés d'un rapide mouvement rythmique antéro-postérieur. Il est intéressant de noter que certains Criquets ainsi tués étaient parasités par une larve de Diptère (*Sarcophaga* sp. ?), qui, après la mort de son hôte, est sortie pour se nymphoser. De plus, la chloropicrine semble, dans les concentrations expérimentées, ne brûler que passagèrement la végétation qui reprend au bout de peu de semaines. Les observations sont encore en cours près de Miramas.

3. *Appâts empoisonnés.* — La loi française ne prévoit dans aucun cas, en Agriculture, l'emploi des sels arsenicaux solubles, bien que les Américains et les Italiens, en particulier, les utilisent sur une grande échelle et obtiennent ainsi des résultats remarquables en entomologie agricole. M'étant trouvé en présence de cultures, de prairies en particulier, soumises à une irrigation hebdomadaire et dans lesquelles aucun animal domestique ne vient paître du début de mars à fin octobre, j'ai fait des essais de lutte contre le *D. maroccanus* par l'emploi des appâts à base d'un sel soluble d'arsenic. J'ai utilisé une des formules dont l'emploi se généralise en Amérique et dans laquelle, pour 12^{kg} de son, entre seulement $0^{kg},500$ d'arseniate de soude. Le mélange obtenu a été semé à la volée au début de la matinée dans des prairies couvertes de Criquets encore engourdis par la fraîcheur de la nuit. Douze heures après, une grande quantité d'insectes gisaient empoisonnés et quarante-huit heures après, on pouvait évaluer à plus de 80 pour 100 le nombre d'Acridiens détruits.

J'ai pu traiter au total plus de 500^{m^2}.

En présence des résultats obtenus dans trois des essais précédents, il m'apparaît comme possible d'enrayer à l'avenir la pullulation du *D. maroc-*

---

(1) Essais faits en collaboration avec MM. Amalbert et Basile.

(2) Voir pour les propriétés de ce corps la Note de G. Bertrand (*Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 911).

canus et des Acridiens en général. Dans ce but, lorsque les bandes des jeunes larves d'Acridiens se constituent, on doit utiliser :

1° Les lance-flammes sur toutes les surfaces contaminées où il n'y a aucune chance d'incendie (Crau désertique, etc.);

2° Les pulvérisations d'une solution à 50 pour 100 de chloropicrine dans les zones où le lance-flamme serait d'un emploi dangereux;

3° Les appâts arsenicaux dans les prairies irriguées où les animaux ne viennent pas pâturer.

Il est évident que la lutte ainsi comprise, certainement beaucoup plus économique et plus efficace que celle effectuée dans certaines de nos colonies, ne peut être laissée à l'initiative privée. Il est obligatoire, vu le caractère toxique ou dangereux des procédés préconisés, que l'Etat prenne la responsabilité de l'organisation et soit secondé par des associations de propriétaires telles que les Syndicats de défense.

Bien plus, il est avéré que la presque totalité de l'Afrique est menacée d'une façon permanente par les invasions du *Schistocerca tatarica* et que la France est la nation la plus intéressée à la destruction de ce fléau. Elle devrait, dans ces conditions, prendre au plus tôt l'initiative d'une lutte méthodique et rationnelle contre cet Acridien.

Il faudrait pour cela entreprendre l'organisation d'une association scientifique (comparable au « South African central Locust Bureau » et à la Conférence internationale de « Defensa agricola » de Montevideo) entre les pays intéressés ; on pourrait ainsi espérer un rendement maximum avec des dépenses très inférieures à celles consenties actuellement dans chaque contrée pour lutter à peu près efficacement mais d'une façon toute temporaire. En effet, la coopération de tous en vue de la destruction du *Schistocerca tatarica* dans sa zone permanente serait autrement plus utile pour l'avenir que ces luttes individuelles, souvent bien organisées, mais qui ne visent que l'extinction des bandes d'invasion, certainement secondaires dans la reproduction intensive de l'espèce. Des missions scientifiques dûment préparées à ce rôle suivraient par les moyens les plus sûrs les bandes migratrices lors du retour vers la zone permanente (par exemple à partir du passage à Marrakech en juillet) et on établirait grâce à cette méthode la situation réelle des centres de multiplication du Criquet pèlerin, points encore mystérieux ainsi que d'ailleurs divers détails biologiques que l'on pourrait préciser par la même occasion. Ces données étant connues, nous aurions une base précieuse pour appliquer dans les meilleures conditions de succès

les procédés de lutte exposés ci-dessus et pour juguler dans son foyer originel un fléau qui, soit par les récoltes qu'il dévaste, soit par les dépenses qu'il entraîne, cause périodiquement à la fortune de notre pays les plus graves préjudices.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur les peroxydases dans les laits.* Note de M. **H. Violle**, présentée par M. Roux.

Tous les auteurs s'accordent à considérer comme signe de grande valeur la présence de peroxydases dans les laits crus, et l'absence de ces mêmes corps dans les laits cuits.

De nombreuses réactions ont été décrites, plus sensibles les unes que les autres, pour rechercher les ferments oxydants, et cette pluralité, un peu déconcertante d'ailleurs, s'explique par ce fait que la quantité d'enzymes contenue dans le lait est extrêmement variable. Dans certains cas, il est impossible de déceler d'une façon notable ces corps dans des échantillons de laits cependant prélevés immédiatement après la traite.

D'après nos recherches, nous avons pu établir deux séries de faits :

1° Des laits crus peuvent normalement ne contenir que des traces de diastases oxydantes;

2° Des laits chauffés peuvent frauduleusement en contenir abondamment.

1° En prélevant des glandes mammaires chez le cobaye en état de lactation, en en faisant des coupes fraîches, les unes laissées telles quelles avec le lait qui sourd à leur surface, les autres abondamment lavées dans un courant d'eau et indemnes ainsi de toute trace de lait (ainsi que de sang dans les deux cas), en répandant à la surface de ces deux catégories de coupes un réactif très sensible des peroxydases (paraphénylène-diamine ou teinture de résine de gaiac), on s'aperçoit que la première reste incolore et que la seconde prend immédiatement une coloration intense. En examinant au microscope des frottis faits avec ces fragments colorés, on voit que la matière colorante imprègne les éléments cellulaires.

De ces faits il résulte que la peroxydase est contenue dans les cellules glandulaires, et, en tant que substance soluble, passe dans le lait. Mais la quantité qui est ainsi éliminée reste extrêmement faible. Or c'est le cas normal, lorsque la mamelle est parfaitement saine et qu'aucune action mécanique violente lors de la traite n'a entraîné, avec le lait, des cellules étrangères.

Par contre, toute action traumatique venant à altérer des cellules, tout trouble glandulaire ou toute affection généralisée microbienne, toxique ou médicamenteuse, ayant un retentissement sur la sécrétion lactée et agissant comme substance irritante sur la glande mammaire, provoquera une réaction plus ou moins prononcée, suivie d'une desquamation et d'une élimination cellulaire plus ou moins intense.

Si l'on ajoute à ces faits que les polynucléaires, riches également en peroxydases, ont leur nombre considérablement augmenté dans beaucoup d'affections, principalement aiguës, soit localisées à la glande, soit généralisées; enfin si l'on admet, comme nous le verrons, dans une prochaine Note, que certains bacilles de la flore du lait sécrètent des peroxydases, on comprendra que ces enzymes seront d'autant plus abondants que le lait proviendra d'un animal anormal. Enfin, les peroxydases étant contenues dans les cellules, il s'ensuivra que la réaction doit être d'autant plus forte qu'elle portera sur le culot de centrifugation.

Prétendre que le lait doit à ses ferments, tout au moins à ses peroxydases, quelques-unes de ses qualités, dont sa grande digestibilité, c'est accréditer auprès du consommateur des laits parfois malades.

En résumé, un lait sain peut ne pas contenir de peroxydases; un lait malade doit en contenir.

2° Les peroxydases sont détruites par la chaleur à partir de 78° à 80°. Leur recherche semble donc conserver toute la valeur d'indication d'un lait cru.

Mais ne peut-on simuler la crudité d'un lait? Fort bien et même involontairement. Les cellules végétales et plus particulièrement celles des rhizomes, des tubercules et des racines charnues des plantes contiennent en proportion parfois fort grande des peroxydases. La pomme de terre donne des réactions intenses; l'herbe verte, les graines de soja, les petits pois, surtout au début de leur germination, les tiges de maïs, etc., en renferment également en abondance.

Nous ne parlerons pas ici des peroxydases contenues dans les liquides de l'organisme (salive, etc.) ou dans certains microbes.

On voit donc la facilité de la fraude et de la difficulté qu'il y aurait à la déceler.

Pour nous résumer, nous dirons :

La réaction des peroxydases ne permet point de juger de la qualité d'un lait; des laits sains peuvent contenir très peu de peroxydases, tandis que des laits provenant de mamelles malades peuvent en renfermer abondamment.

Une réaction positive indique que le lait est cru, mais il est facile de faire apparaître cette réaction par l'adjonction, à des laits chauffés, de tissus ou de liquides organiques frais, d'origine animale ou végétale diverse et de composition variée.

PHYSIOLOGIE. — *La suppression du choc anaphylactique.* Note [1] de MM. **W. Kopaczevski** et **A. Vahram**, présentée par M. Roux.

Les recherches sur la nature du choc anaphylatoxique, entreprises en 1913, nous ont amenés à la conception purement physique de ce phénomène, savoir l'introduction des suspensions ou des gels colloïdaux dans le sérum produit une rupture d'équilibre micellaire qui se traduit par une floculation colloïdale et l'obstruction des capillaires provoque la mort par l'asphyxie.

Cette conception a été confirmée par nos expériences sur la formation des agrégats micellaires dans le sérum toxique, sur les modifications de la tension superficielle et de la charge électrique de ces sérums, et, enfin, par la suppression du choc anaphylatoxique, en diminuant la tension superficielle avant le traitement par les suspensions ou les gels colloïdaux susceptibles de rendre le sérum toxique [2].

En présence de l'analogie frappante entre le choc anaphylatoxique et l'anaphylaxie spécifique, nous nous sommes demandé si par le même procédé on ne pourrait pas supprimer les accidents anaphylactiques provoqués par l'injection déchaînante.

Un lot de cobayes, d'un poids de 300^g à 450^g, a reçu une injection hypodermique préparante de $0^{cm^3},001$ du sérum antidiphtérique (Institut Pasteur); 26 jours après, une seconde injection hypodermique de $0^{cm^3},2$ de ce sérum, déclanchait des accidents anaphylactiques caractéristiques et assez graves, mais qui n'ont pas été suivis de mort.

Si cette injection déchaînante avait été précédée, 10 minutes avant, par l'injection intrajugulaire de 2^{cm^3} à 3^{cm^3} d'oléate de soude à 1 pour 100, tous les accidents anaphylactiques graves (convulsions, secousses, dyspnée, etc.) étaient supprimés, à peine un léger abaissement de température et un peu de paralysie étaient notés.

---

(1) Séance du 28 juillet 1919.

(2) W. Kopaczevski, *C. R. Soc. Biol.*, vol. 85, 1919, p. 189 et 590. — W. Kopaczevski et Mutermistch, *Ibid.*, vol. 76, 1914, p. 782, et vol. 77, p. 392.

Pour accentuer le choc anaphylactique nous avons fait la première injection de $0^{cm^3},01$ du sérum antidiphtérique dans la veine jugulaire; alors 24 jours après, la dose déchaînante, $0^{cm^3},3$, provoquait la mort caractéristique en 2 à 3 minutes.

En injectant dans la veine jugulaire une dose convenable d'oléate de soude 5 minutes avant l'action déchaînante, on supprime nettement les accidents anaphylactiques graves.

Voici, à titre documentaire, une série de ces expériences :

1. Cobaye (625^{g}) : 1^{cm^3} d'oléate de soude à 1 pour 100 (suivi, 5 minutes après, de $0^{cm^3},5$ de sérum antidiphtérique). Mort en 2 minutes.

2. Cobaye (670^{g}) : $1^{cm^3},50$ d'oléate de soude à 1 pour 100 (etc.). Mort en 2 minutes.

3. Cobaye (640^{g}) : 3^{cm^3} d'oléate de soude à 1 pour 100 (etc.). Un peu d'inquiétude; quelques secousses de diaphragme. $T = 42°,3$, 10 minutes après l'injection.

4. Cobaye (680^{g}) : 5^{cm^3} d'oléate de soude à 1 pour 100 (etc.). Quelques tremblements. Pas d'autres symptômes. $T = 38°,7$, 15 minutes après l'injection.

5. Cobaye (700^{g}) : $0^{cm^3},75$ d'oléate de soude à 2 pour 100 (etc.). Quelques secousses assez marquées; survie. $T = 41°,0$, 10 minutes après l'injection.

6. Cobaye (800^{g}) : 1^{cm^3} d'oléate de soude à 1 pour 100 (etc.). Quelques secousses; polypnée; un peu de faiblesse. $T = 39°,2$, 10 minutes après l'injection.

7. Cobaye (675^{g}) : $1^{cm^3},25$ d'oléate de soude à 2 pour 100 (etc.). Dyspnée; tremblements. $T = 38°,3$, 10 minutes après l'injection.

8. Cobaye (720^{g}) : $1^{cm^3},5$ d'oléate de soude à 2 pour 100 (etc.). Rien d'appréciable.

Les mêmes résultats ont été obtenus avec la solution de saponine de 0,5 pour 100.

Ces substances injectées dans les veines des cobayes à des doses correspondantes ($0^{gr},03$ à $0^{gr},05$) n'ont pas provoqué de symptomes appréciables; à peine quelques légers tics de la tête ont été observés; pour amener la mort du cobaye, l'injection de $0^{gr},3$ d'oléate de soude est nécessaire. Toutefois, étant données les propriétés hémolytiques très marquées des savons et de la saponine, et d'autre part la sensibilité de l'organisme vis-à-vis de ces substances étant sujette à des variations importantes, il nous a paru intéressant de nous servir de sels d'acides biliaires : taurocholate et glycocholate de soude.

Avec ces substances à des doses de 1^{cm^3} d'une solution à 1 pour 100, nous avons également supprimé les accidents anaphylactiques graves. Injectées

dans les veines à des doses employées, ces substances n'ont pas provoqué d'accidents; mais à la dose de $0^{gr},45$ elles causent la mort rapide.

Aucune parenté chimique n'existe entre ces diverses substances — leur caractère commun est d'abaisser la tension superficielle; ce facteur semble donc à lui seul jouer un rôle notable dans la production du choc.

Les résultats obtenus permettent d'entrevoir la possibilité de suppression des accidents anaphylactiques chez l'homme, de la maladie sérique, de la réaction à la tuberculine, etc...

Mais, dès à présent, il semble démontré que le choc anaphylactique, ainsi que tous les chocs observés à la suite d'introduction dans l'appareil circulatoire des substances étrangères : gels et suspensions colloïdales, peptone, microbes en suspension, etc.., sont dus à des phénomènes physiques, s'accomplissant entre les colloïdes et régis par les lois des réactions colloïdales.

PHYSIOLOGIE. — *Force élastique des poumons malades.*
Note de M. **Jules Amar**, présentée par M. Laveran.

On a montré précédemment [1] que le fonctionnement normal de l'appareil respiratoire est régi par le *coefficient hématopnéique* K. Celui-ci relie et conditionne la fréquence, l'amplitude et le rythme des respirations. Mais quelle est la part, dans ces phénoménes, de l'*élasticité des poumons ?*

L'objet de cette Note est de prouver que cette élasticité n'est pas *seule* en jeu dans l'expiration, qu'il s'y ajoute une *action nerveuse* comme l'avait soutenu magistralement d'Arsonval, en 1877 (Thèse de Paris). En outre, la force élastique s'affaiblit dans les maladies pulmonaires, et parfois disparaît totalement.

Cette double démonstration, nous l'avons faite par l'enregistrement graphique des courbes de pression de l'air inspiré et expiré, des *tonogrammes*. On a utilisé notre dispositif à soupape respiratoire avec dérivation sur tambour inscripteur. Des tubes de caoutchouc permettent, de plus, de créer une résistance, une gêne, à l'inspiration ou à l'expiration, ou d'intercaler un manomètre avec petite colonne d'eau en vue de simuler des conditions pathologiques. Enfin, plaçant des poumons d'agneau sous une cloche

---

(1) Jules Amar, *Comptes rendus*, t. **168**, avril à juin 1919.

fermée par une forte membrane de caoutchouc, et qui reçoivent l'air par une canule trachéale dérivée sur un tambour, on a reproduit *artificiellement* quelques-uns des résultats qui vont être relatés.

1° Respiration normale. — Dans la respiration de l'homme sain, on constate que le rapport entre les durées de l'expiration et de l'inspiration, ou par abréviation $\frac{E}{I}$, se trouve compris entre 1,70 et 2. Ce rapport *diminue* lorsqu'on fait un exercice quelconque; il tend vers 1,20, et même 1,10 par les progrès de la fatigue.

L'inspiration, en s'amplifiant, gagne donc sur l'expiration; le système nerveux, obéissant au *besoin d'oxygène*, impose sa loi au rythme pulmonaire. Si, même, on voulait faire provision d'oxygène en respirant lentement et profondément (9 fois par minute), le rapport $\frac{E}{I}$ descendrait à 0,62.

Si, au contraire, on faisait respirer de l'air confiné (3 à 5 pour 100 de gaz carbonique), on verrait l'expiration *se prolonger* pour vider complètement les poumons, et la valeur de $\frac{E}{I}$ atteindrait 1,75 à 1,90.

Il est évident que le chimisme respiratoire, s'exerçant par le bulbe, commande le rythme et la force élastique des poumons; *ce n'est point là simple réaction physique d'élasticité*.

2° Respiration pathologique. — Mais dans un grand nombre de maladies pulmonaires, les propriétés élastiques sont compromises, et l'on observe des tonogrammes caractéristiques :

a. Les *tuberculeux* ont une grande fréquence respiratoire, c'est-à-dire de la dyspnée; les tonogrammes sont peu profonds, et marqués d'un *ressaut initial*; $\frac{E}{I}$ varie de 1,20 (repos) à 1,50 (après fatigue).

Ici, la surface respirante est réduite; la partie qui se dilate encore n'a pas tout à fait perdu sa force élastique, mais cette dernière agit sur une colonne d'air mêlée de sérosités. D'où le ressaut expiratoire, la dyspnée et la faible amplitude.

Chose intéressante, l'élasticité mal soutenue du tuberculeux peut être renforcée de l'action nerveuse si le malade respire un air confiné : ses expirations prennent un aspect normal. Et ceci n'est pas moins en faveur de la doctrine de *l'expiration active*.

b. Les *prétuberculeux* (notamment les *gazés*) ne se distinguent des tuberculeux que par une profondeur plus accusée des tonogrammes, et une moindre fréquence. Les plateaux expiratoires sont légèrement descendants, et trahissent une force élastique fatiguée.

c. Les traits de *l'emphysème* sont autres. Le rapport $\frac{E}{I}$ varie entre 1,30 et 1,40 ; les tonogrammes sont profonds, assez fréquents, et à plateaux mamelonnés.

L'explication en est simple. Si l'on crée une résistance à l'entrée de l'air dans la soupape en écrasant le tube d'adduction, on approfondit beaucoup la respiration. Mais cet artifice ne modifie ni le rythme ni la régularité des tonogrammes. Tandis que, chez l'emphysémateux, la résistance siège aux alvéoles dont l'élasticité s'est effacée, ne réagit plus pour amortir le choc de l'air ; aussi les expirations sont-elles brusques et à plateaux ondulés (par les chocs de la colonne d'air).

d. On a examiné, en dernier lieu, les cas de *surmenage* et d'*intoxication carbonique*, et reconnu que l'expiration y est toujours prolongée; $\frac{E}{I}$ passe de 1,50 à 1,90, c'est-à-dire qu'il augmente comme dans un état pathologique.

Mais aucun accident ne signale les tonogrammes, dont l'amplitude est moyenne, et la fréquence *inférieure* à ce qu'elle était au repos. Cet abaissement du taux des respirations, sous l'effet du gaz carbonique, est particulièrement marqué chez les tuberculeux.

L'élasticité pulmonaire obéit donc, dans toutes les circonstances étudiées, à l'intervention des nerfs pneumogastriques, plus exactement au chimisme du milieu bulbaire irrigué par le sang.

Conclusions. — *Ainsi, on doit voir dans l'élasticité des poumons une propriété inséparable de la contractilité; toutes deux sont en jeu dans l'inspiration et l'expiration. Elle est un instrument dont la fonction d'hématose règle l'emploi, par l'agent nerveux, pour assurer la défense de l'organisme. Elle est plus ou moins compromise dans les maladies alvéolaires, et permet de les caractériser par des signes constants.*

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Nouvelles recherches sur la présence d'organismes vivants dans les cellules des glandes génitales mâles (microbiose, parasitisme normal ou accidentel).* Note de M. V. GALIPPE, présentée par M. Yves Delage.

Mes premières recherches sur cette question datent de 1890. C'est en 1891 que j'en ai fait connaître le résultat global à la *Société de Biologie*. A cette époque je ne connaissais qu'imparfaitement les manifestations normales de la *microbiose* et mes expériences furent souvent de trop courte durée. Quoi qu'il en soit elles fournirent des résultats positifs. Ces résultats, étant données les idées qui régnaient alors dans la Science, furent accueillis avec un septicisme presque unanime, tellement ils étaient en contradiction avec le dogme quasi intangible de l'inexistence, dans les tissus normaux, d'organismes vivants. Depuis les idées se sont modifiées. On a décrit sous le nom de *mitochondries* dans tous les tissus vivants et en particulier dans les glandes génitales, des organismes remplissant des fonctions biologiques diverses et que je considère comme très voisins, sinon comme identiques aux *microzymas* de Béchamp.

Ces organismes sont cultivables et l'on peut, ainsi que je l'ai fait, suivre leur évolution. Mes expériences avaient porté sur des chiens d'âge et d'espèces variés; sur des boucs, des béliers, des agneaux, des chevaux et sur le veau. Comme conclusion de mes expériences, je considérais qu'en raison de la présence dans le testicule et dans le sperme de microrganismes vivants, parmi lesquels il pouvait s'en trouver d'anormaux, la colonisation de l'ovule pouvait se faire en même temps que la fécondation; en un mot, que le spermatozoïde ne pénétrait pas seul dans l'ovule et qu'il avait des satellites. J'expliquais par ce mécanisme la possibilité de la transmission directe de certaines maladies parasitaires.

La constance des résultats positifs fournis par mes expériences, ainsi que des confirmations nouvelles, ont corroboré mon opinion.

Comme je l'ai indiqué, c'étaient surtout de grands Mammifères qui m'avaient fourni les matériaux de mes expériences; mais, si comme je le soutiens, la *microbiose* est un fait général, s'appliquant à tous les êtres et à tous les tissus vivants, je devais obtenir des résultats identiques en m'adressant à des Vertébrés inférieurs.

Grâce au concours de mon ami M. le professeur Y. Delage, dans le laboratoire duquel ces expériences ont été réalisées, j'ai fait porter mes recherches sur un certain nombre d'animaux très éloignés de ceux sur lesquels j'avais fait mes premières expériences. Je citerai la Grenouille, le Triton (*Triton cristatus*); la Tanche, le *Scyllium canicula*, la Raie (*Raia punctata*), etc. (1).

Les résultats obtenus se sont montrés d'une rare constance et d'une grande uniformité. Ils n'ont varié que dans le temps pris par les *microzymas* pour évoluer et donner naissance à différentes formes de microrganismes.

Les examens successifs des cultures nous ont toujours permis d'assister à la même série d'évolutions des organismes vivants intra-cellulaires: organisation des *microzymas* en microcoques isolés ou associés, transformation de ceux-ci en bacilles ovoïdes. Ces bacilles ovoïdes peuvent ou non évoluer en diplo-bacilles également ovoïdes et donner naissance à des bâtonnets isolés ou associés deux à deux. Ces bâtonnets qui, dès leur apparition, fixent fortement la matière colorante, perdent progressivement cette propriété et laissent voir, dans leur intérieur, des *microzymas* doués de mouvements et fortement colorés. Ceux-ci deviennent libres à leur tour et prennent la forme de microcoques ou de bacilles ovoïdes. Enfin, on rencontre fréquemment dans les cultures des organismes de dimensions plus considérables affectant la forme de gros bâtonnets ou de bacilles ovoïdes que nous rapprochons de certaines formes mitochondriales. Comme les bâtonnets, ces organismes qui, tout d'abord, fixaient fortement la matière colorante, perdent aussi progressivement cette propriété et laissent voir, dans leur intérieur, des *microzymas* qui, d'abord immobiles, acquièrent peu à peu la faculté d'exécuter des mouvements étendus. Ils sont fortement colorés et finissent par être libérés sous forme de microcoques ou de bacilles ovoïdes.

Les phénomènes dus à la *microbiose*, observés dans les cultures des glandes génitales mâles appartenant à des animaux de même espèce ou d'espèces différentes, sont absolument comparables et, en quelque sorte, superposables. Ils se succèdent dans le même ordre. Seule l'intervention du parasitisme individuel ou accidentel, qu'il soit normal ou pathologique, peut apporter une note particulière dans l'évolution de la *microbiose*. C'est ainsi que nous avons rencontré dans le testicule de la Raie des parasites de

(1) Ces expériences ont été faites avec la collaboration de M. G. Souffland.

grande taille appartenant au genre Echinorynque doués de vie et de mouvements.

L'examen direct des tissus de la glande après dilacération et coloration permet d'y constater la présence de *microzymas* isolés, associés deux à deux ou en chaînettes plus ou moins longues; de bacilles ou de diplobacilles ovoïdes ne fixant pas la matière colorante et généralement doués de mouvements.

Parfois aussi, on y rencontre des bâtonnets en plus ou moins grand nombre. Il nous est impossible de dire si ces microorganismes résultent de l'évolution *in situ* de la *microbiose*, c'est-à-dire de l'évolution des bacilles ovoïdes en bâtonnets, ou s'ils sont étrangers à la glande dans laquelle ils auraient été apportés par la circulation. Il résulte de ces expériences que la *microbiose*, ainsi que le *parasitisme normal ou accidentel*, jouent un rôle prépondérant dans la fécondation, envisagée aussi bien au point de vue normal qu'au point de vue pathologique. On retrouve en effet des *microzymas*, facteurs de la *microbiose*, dans les spermatozoïdes ainsi que dans le liquide spermatique. Ces derniers peuvent pénétrer dans l'ovule en même temps que le spermatozoïde pendant l'acte de la fécondation, y rencontrer ceux que cet organe renferme normalement et entrer en combinaison avec eux. On les retrouve encore, ainsi que je l'ai constaté, dans les embryons et dans tous les organes et les tissus des êtres vivants.

Leur rôle dans l'hérédité normale et dans l'hérédité pathologique n'est pas moins important. On peut, en effet, considérer les *microzymas* comme les agents et les supports des caractères héréditaires généraux et individuels, qu'ils proviennent de l'ovule ou du spermatozoïde. Non seulement ils sont les agents constructeurs de l'embryon, mais encore, dans celui-ci, les représentants de l'hérédité maternelle et paternelle. Ce sont les *microzymas* de l'œuf qui constituent l'élément indispensable à la conservation et à la propagation de l'espèce, aussi bien au point de vue des caractères généraux de celle-ci qu'au point de vue de l'hérédité individuelle et maternelle. La parthénogénèse en est une preuve évidente. Ainsi que l'a dit, en 1908, M. le professeur Y. Delage : « L'œuf est un mécanisme monté, apte à parcourir de lui-même, sous l'influence de ses facteurs internes, tout son cycle évolutif, si on lui fournit seulement les conditions ambiantes, qui sont passablement banales. Il suffit de déclencher le mécanisme en forçant la cellule à faire les premiers pas vers la division pour qu'elle achève ensuite de parcourir toute la route. »

Le rôle du spermatozoïde et de ses satellites assurant à la fois l'hérédité individuelle et paternelle est beaucoup moins important.

La séance est levée à 16 heures et quart.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES DE MAI 1919 (*suite et fin*).

Aperçu sommaire sur les roches éruptives des Alpes françaises, par W. KILIAN et J. RÉVIL. Grenoble, Allier, 1919; 1 fasc. 25cm.

La sélection humaine, par CHARLES RICHET. Paris, Félix Alcan, 1919; 1 vol. 25cm.

Ministère des Travaux publics. *Mémoires pour servir à l'explication de la Carte géologique détaillée de la France. Étude lithologique des terrains crétacés de la région d'Hendaye*, par JACQUES DE LAPPARENT. Paris, Imprimerie nationale, 1918; 1 vol. 33cm. (Présenté par M. Termier.)

Études régionales. Nomenclature des richesses minières du département du Var, par JOSEPH GIRARD. Draguignan, Olivier-Joulian, 1919; 1 fasc. 19cm.

La surchauffe de la vapeur, ses avantages, par l'INSTITUT SCIENTIFIQUE ET INDUSTRIEL, 2e édition. Paris, 1914; 1 fasc. 24cm.

Où vont les millions que dépensent chaque année les collectionneurs de papillons, par G. MELOU. Tananarive, Imprimerie de l'Imerina, 1918; 1 fasc. 23cm.

Régime politique et administratif dans la Pologne prussienne. IVe volume. 1er fascicule de l'*Encyclopédie polonaise*. Fribourg-Lausanne, 1918; 1 vol. 26cm.

Report on the progress of agriculture in India for 1917-1918. Calcutta, Superintendent government Printing, 1919; 1 vol. 25cm.

Cosmogenea y teodicea, par BERMUDEZ DE IXHUACAN. Vera-Cruz, Zamora, 1916; 1 vol. 21cm.

ERRATA.

(Séance du 19 mai 1919.)

Note de M. *Graham Lusk*, Calorimétrie comparée de l'ingestion de viande, d'acide lactique et d'alanine chez l'animal :

Page 1014, lignes 5 et 17 en remontant, *au lieu de* 500, *lire* 150; ligne 14 en remontant, *au lieu de* 43, *lire* 42; ligne 19 en remontant, *au lieu de* 18,9, *lire* 19,0.

(Séance du 7 juillet 1919.)

Note de M. *S. Posternak*, Sur la constitution du principe phospho-organique de réserve des plantes vertes :

Page 39, ligne 9, *après les mots* dans une semblable solution, *ajouter* à 12 pour 100.